Técnicas de comunicaciones de espectro ensanchado

Margarita Cabrera
Francesc Rey
Francesc Tarrés

PID_00185034

UOC
Universitat Oberta de Catalunya

Índice

Introducción 5

Objetivos 8

1. Introducción a los sistemas de espectro ensanchado 9
1.1. Sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa 9
1.1.1. Introducción a los sistemas de espectro ensanchado por saltos de frecuencia 13

2. Sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa 16
2.1. Modelo de señal en sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa 16
2.2. Demodulación de la señal 17
2.3. Efecto de una interferencia de banda estrecha 18
2.4. Efecto de una interferencia de banda ancha 20

3. Secuencias pseudoaleatorias: generación 25
3.1. La secuencia pseudoaleatoria 25
3.2. Generación de secuencias 26
3.3. Ejemplo de generación y propiedades de secuencias de máxima longitud 29
3.4. Función de autocorrelación de una secuencia de máxima longitud 32
3.5. Correlación cruzada entre secuencias PN 34

4. Secuencias pseudoaleatorias: sincronización 37
4.1. Unidades de adquisición 38
4.1.1. Estructuras correladoras pasivas 39
4.1.2. Estructuras correladoras activas de búsqueda serie 40
4.1.3. Métodos estimadores de secuencias 41
4.1.4. Métodos mixtos 42
4.2. Unidades de seguimiento 43

5. Cálculo de la probabilidad de error en sistemas DS 47
5.1. Presencia de ruido blanco 47
5.2. Presencia de interferencias 49
5.3. Margen de interferencias 51
5.4. Ganancia de codificación y ganancia de procesado 51

6. Múltiple acceso por división en código (CDMA) 53
6.1. CDMA síncrono y CDMA cuasisíncrono (Qs-CDMA) 55
6.2. CDMA asíncrono (A-CDMA) 57
6.3. Ventajas e inconvenientes del CDMA 59

Conclusiones 61

Actividades 63

Bibliografía 64

Introducción

Los sistemas de comunicaciones de espectro ensanchado fueron concebidos inicialmente para ser utilizados en aplicaciones militares dada su capacidad de proteger el mensaje. Por este motivo, tenían que cumplir un conjunto de características muy restrictivas que se consideran muy importantes en todos los sistemas de comunicación seguros. En la actualidad, sin embargo, el uso de los sistemas de espectro ensanchado se ha extendido a un gran número de aplicaciones cotidianas, entre las que podemos encontrar las redes inalámbricas Wi-Fi, la tecnología inalámbrica Bluetooth o los sistemas de telefonía móvil de nueva generación.

Las comunicaciones de espectro ensanchado

El invento de las comunicaciones de espectro ensanchado se debe a la actriz de cine e ingeniera Hedy Lamarr. Esta inventora, inspirándose en las teclas de un piano, que van cambiando de frecuencia al tocarlas, ideó un sistema de comunicaciones en el que, cambiando de frecuencia de manera suficientemente rápida y aparentemente aleatoria una señal transmitida, se pudiera guiar un sistema de destrucción de los submarinos alemanes sin que fuera interceptado por los enemigos. Esta técnica fue empleada por los aliados durante la Segunda Guerra Mundial para protegerse de las interferencias provocadas por los alemanes. Como los enemigos no tenían conocimiento del código, las comunicaciones no eran descodificadas por ellos, y quedaban sólo como un ruido de fondo. A partir del 1989, se empezó a pensar en el uso de secuencias pseudoaleatorias como método de acceso múltiple, y no solamente como un sistema militar para evitar interferencias.

Las principales características que dieron origen a las comunicaciones de espectro ensanchado son las siguientes:

1) Baja detectabilidad de la comunicación. Este hecho supone que tenemos que ser capaces de transmitir de manera fiable con niveles de potencia muy reducidos, incluso por debajo del nivel de ruido, de manera que los observadores potenciales no sean capaces de detectar que se está realizando una comunicación.

2) Capacidad de encriptación de la información. Es decir, el observador ocasional no tiene que poder interpretar la información que se transmite si no conoce el código con el que ha sido encriptada.

3) Robustez frente a las interferencias intencionadas de banda estrecha (en inglés *jamming*). En caso de que se intente interferir el sistema de comunicaciones, éste tiene que ser capaz de mantener el servicio a pesar de que el nivel de la interferencia esté varios órdenes de magnitud por encima de la señal deseada. Aunque en los orígenes siempre se pensaba en una interferencia intencionada, veremos que en aplicaciones más recientes esta interferencia puede provenir de otras fuentes, como interferencias de otros sistemas o de otros usuarios.

Cuando nos planteamos obtener todas estas características en un sistema de comunicación, inmediatamente aparece la cuestión de cuál es el coste que tendremos que pagar para obtenerlas. Sabemos que cualquier sistema de comunicación fiable está basado en un delicado compromiso entre potencia transmitida, probabilidad de error y ancho de banda. En este caso, podemos decir que el precio del sistema es evidente, puesto que aparece en el propio nombre de los sistemas de comunicación: espectro ensanchado. Así pues, obtener todas las características mencionadas anteriormente exige aumentar el ancho de banda de la señal en un factor importante, que para este tipo de sis-

temas puede ser de varios órdenes de magnitud. Este aumento del ancho de banda para mejorar la robustez del sistema ante el canal no nos tendría que sorprender. Ya hemos visto que los códigos correctores de error también disminuían la probabilidad de error, introduciendo redundancia estructurada con el coste de aumentar el ancho de banda de la señal que transmitimos. En los sistemas de espectro ensanchado también queremos proteger la señal deseada de interferencias y observadores potenciales, y para hacerlo provocamos un aumento en el ancho de banda.

Las tres características anteriormente enunciadas evidencian la finalidad militar del origen de este tipo de sistemas de comunicación. No obstante, la robustez frente a las interferencias (en el caso de aplicaciones civiles, interferencias no intencionadas), así como la capacidad de poder ser desapercibidas, han motivado su uso en otros sistemas de comunicación para aplicaciones civiles. Hacemos a continuación una reflexión sobre algunos motivos que explican el interés de las técnicas de espectro ensanchado en aplicaciones civiles. Los sistemas de espectro ensanchado se pueden utilizar en bandas de frecuencia ya ocupadas o bandas no reguladas en las que podemos encontrar diferentes sistemas operando simultáneamente. La fuerte protección a las interferencias de los sistemas de espectro ensanchado permite que las modulaciones existentes no afecten a la calidad de su servicio y, simultáneamente, la capacidad de distribuir su potencia en un ancho de banda propicio que no sea una interferencia considerable para los sistemas tradicionales.

Redes Wi-Fi

Las redes inalámbricas Wi-Fi son un ejemplo de comunicaciones de espectro ensanchado. Este tipo de redes operan típicamente en la banda de 2,4 GHz, una banda con simultaneidad de servicios y elevado nivel de interferencia. Como ejemplo de simultaneidad de servicios, podemos pensar que otros sistemas inalámbricos, como Bluetooth, también operan en la banda de los 2,4 GHz. En lo que respecta a la interferencia sobre la red Wi-Fi, el ejemplo más ilustrativo es el del microondas. Si ponemos en marcha un microondas en las proximidades de una red Wi-Fi, éste interferirá sobre la red, puesto que ambos trabajan a frecuencias similares. En los dos casos, gracias al uso de una técnica de espectro ensanchado, podemos garantizar la calidad del servicio.

Otra característica que ha beneficiado el uso del espectro ensanchado en aplicaciones civiles es la capacidad de compensar el exceso de banda utilizada haciendo que varios usuarios transmitan simultáneamente compartiendo tiempos y frecuencia de forma multiplexada mediante códigos de modulaciones diferentes. Este incremento del número de usuarios compensará la pérdida de eficiencia espectral (por utilizar más espectro del estrictamente necesario) en detrimento de la robustez del sistema frente a interferencias. La multiplexación de usuarios en código, conocida como CDMA, se utiliza en sistemas de telefonía celular y en algunas redes de oficina.

Hay dos técnicas principales para realizar la modulación por espectro ensanchado: la *modulación por secuencia directa* (DS, del inglés *direct sequence*) y la *modulación por saltos de frecuencia* (FH, del inglés *frequency hopping*). En este módulo estudiaremos principalmente la modulación por secuencia directa, que es lo que se ha implementado en los sistemas de telefonía celular. Los sistemas de comunicación por saltos de frecuencia se verán brevemente, con el único objetivo de comprender su principio de funcionamiento y la tipología de sistemas que pueda haber.

En el primer apartado del módulo, haremos una introducción a los sistemas de espectro ensanchado presentando de forma concisa las dos técnicas, DS y FH. El objetivo será comprender sus principios de funcionamiento y analizar

de manera intuitiva las estrategias seguidas para poder cumplir las tres características de un sistema de espectro ensanchado antes mencionadas.

Seguidamente, presentaremos los conceptos básicos de los sistemas de modulación por secuencia directa, de manera muy intuitiva y sin excesivo rigor. Esta presentación nos permitirá tener una idea general de los sistemas DS, sus principios de funcionamiento y los mecanismos que se utilizan para proteger la información de las interferencias. En apartados siguientes, estudiaremos con cierto detalle cómo es posible generar secuencias pseudoaleatorias y diferentes subsistemas para la adquisición y el seguimiento del sincronismo en estos sistemas. Veremos que la adquisición y el seguimiento del sincronismo es uno de los aspectos más críticos de los sistemas de espectro ensanchado y que, en la mayoría de las aplicaciones prácticas, se requieren sistemas complejos.

Por último, analizaremos los sistemas DS utilizados como técnica de acceso múltiple (DS-CDMA), derivando las ecuaciones que permiten obtener la probabilidad de error y el número de usuarios, y definiendo el margen de interferencias, un parámetro que resulta útil en el diseño y el dimensionado de estos sistemas.

Objetivos

Los objetivos que debe alcanzar el estudiante con este módulo didáctico son los siguientes:

1. Comprender los principios de funcionamiento de los sistemas de comunicación por espectro ensanchado y sus orígenes.

- Comprender los principios de funcionamiento de los sistemas basados en modulación por secuencia directa.

- Comprender los principios de funcionamiento de los sistemas basados en modulación por saltos de frecuencia.

2. Realizar cálculos básicos de la ganancia del sistema respecto a interferencias.

3. Conocer las estructuras mediante las que pueden generarse secuencias pseudoaleatorias.

4. Conocer los sistemas de adquisición y seguimiento de sincronismo en modulaciones por secuencia directa.

5. Comprender los principios de multiplexación por división en código (CDMA).

6. Saber calcular el número de usuarios de un sistema CDMA teniendo en cuenta las características del sistema de espectro ensanchado y los códigos de canal.

1. Introducción a los sistemas de espectro ensanchado

Como ya se ha comentado en la introducción de este módulo, hay dos técnicas principales para realizar la modulación por espectro ensanchado: la modulación por secuencia directa (DS) y la modulación por saltos de frecuencia (FH). Esta segunda técnica es la más antigua y se corresponde con la que fue ideada en la primera patente de espectro ensanchado durante la Segunda Guerra Mundial. La primera, sin embargo, quizás sea más común, puesto que tecnológicamente es más sencilla de implementar. No obstante, ante la pregunta sobre cuál de las dos tiene mejores prestaciones, la respuesta es que depende. La mejor elección tendrá que ver con las características del escenario concreto en el que el sistema tenga que operar.

A continuación, veremos de forma descriptiva ambas técnicas analizando intuitivamente las estrategias seguidas para poder cumplir las tres características de un sistema de espectro ensanchado que detallábamos en la introducción: robustez frente a las interferencias, baja detectabilidad de la comunicación y capacidad de encriptación de la información.

1.1. Sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa

En los sistemas de espectro ensanchado el ancho de banda de la señal transmitida siempre es muy superior al ancho de banda de la señal de información. Los sistemas de modulación por secuencia directa (DS, *direct sequence*) realizan esta dispersión de la energía mediante una premodulación de la señal de información al utilizar una secuencia binaria de gran velocidad y características aleatorias. El principio de funcionamiento se muestra en la figura 1, donde se observa cómo la secuencia binaria que contiene la información $d(t)$ es modulada por una secuencia binaria de gran velocidad, $p(t)$. El resultado del producto es también una secuencia binaria con la misma velocidad que la secuencia rápida.

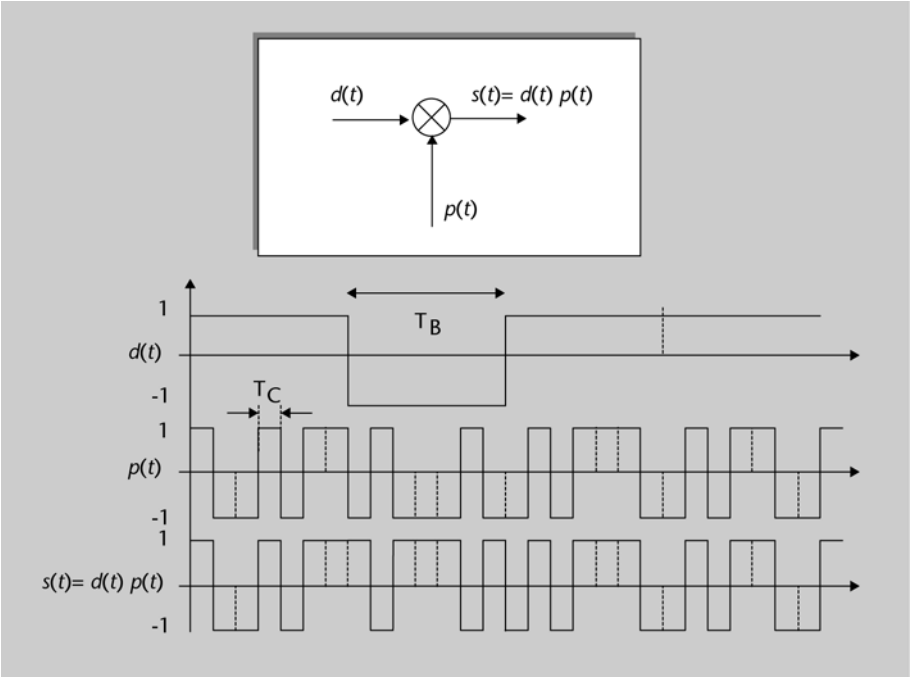


Figura 1. Diagrama básico de un modulador por secuencia directa.

Para nuestros cálculos nos vamos a basar en dos suposiciones:

- La secuencia binaria de información tiene una tasa de información $R = 1/T_b$, donde T_b es el *periodo de bit*.

- La secuencia $p(t)$ tiene una velocidad $W = 1/T_c$, donde T_c se denomina *periodo de chip*.

En general, el periodo de chip es mucho más pequeño que el periodo de bit. La relación entre ambos intervalos de tiempo se denomina *relación de ensanchamiento*, L_c, y, como veremos, nos da una idea del factor en el que se amplía el espectro de la señal de información al realizar la modulación. La relación de ensanchamiento es casi siempre un número entero.

$$L_c = \frac{T_b}{T_c}.$$

En una primera aproximación podríamos suponer que la señal de información $d(t)$ tiene un ancho de banda aproximado de R que corresponde al inverso del periodo de bit $R = 1/T_b$ y que el contenido espectral de la señal está distribuido uniformemente entre $-R$ y R. Se trata de una aproximación muy burda, que puede ser fácilmente cuestionada (estrictamente hablando, el ancho de banda dependerá del pulso conformador). No obstante, la aproximación es útil porque nos facilita una perspectiva intuitiva sobre el problema, nos permite realizar cálculos con gran simplicidad y, además, los resultados que obtenemos son conceptualmente válidos.

Siguiendo esta aproximación, podemos suponer que la potencia de la señal de información $d(t)$ está distribuida de forma uniforme dentro de un ancho de banda R. Utilizando la misma idea, podemos deducir que la potencia de la secuencia $p(t)$ estará distribuida uniformemente en un ancho de banda W*. Finalmente, dado que la tasa de bit de la secuencia producto coincide con la de la secuencia $p(t)$, también es lícito suponer que la potencia de la señal $s(t)$ está distribuida en un ancho de banda W. Estas hipótesis se representan de forma esquemática en la figura 2 donde vemos que el efecto de modular la información mediante la secuencia $p(t)$ es extender el espectro de la señal resultante a un ancho de banda mayor y reducir la densidad espectral de potencia.

*** Donde W es el inverso del periodo de chip: $W = 1/T_c$.**

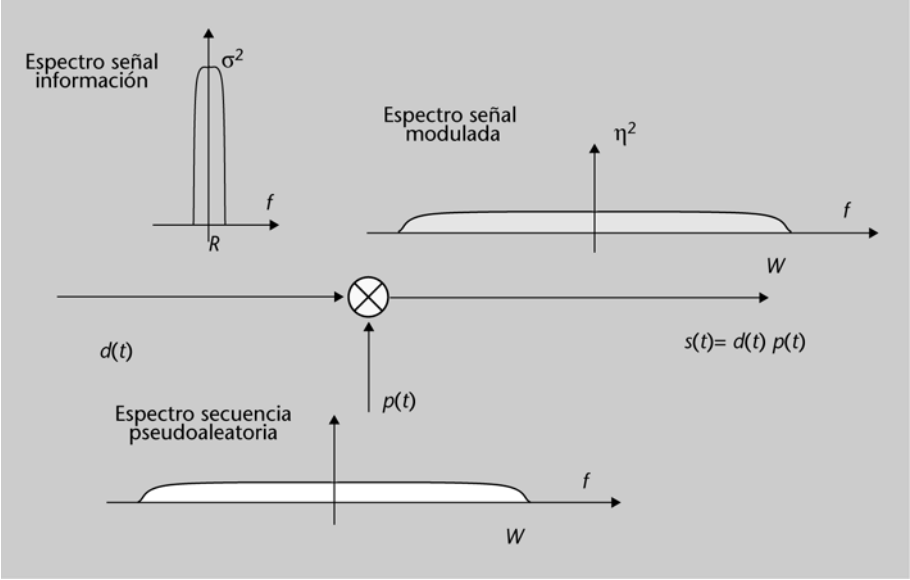


Figura 2. Ilustración del efecto del ensanchamiento espectral en un modulador de secuencia directa.

Asumiendo, como ya hemos dicho, que la potencia se halla uniformemente distribuida en el ancho de banda, denotaremos σ^2 la densidad espectral de potencia de la señal de información d(t) (potencia por unidad de frecuencia en W/Hz), y denotaremos η^2 la densidad espectral de potencia de la señal modulada s(t). Observad que, como la secuencia p(t) sólo toma los valores '+1' y '–l', la potencia de la secuencia de información y la de la señal modulada son idénticas, de manera que el área bajo la curva de densidad espectral de potencia de cada una de las dos señales tiene que ser también igual. Por lo tanto, podemos afirmar:

$$\text{Potencia} = \sigma^2 \cdot R = \eta^2 \cdot W \quad \Rightarrow \quad \eta^2 = \frac{R}{W} \cdot \sigma^2 = \frac{1/T_b}{1/T_c} \cdot \sigma^2 = \frac{T_c}{T_b} \cdot \sigma^2 = \frac{1}{L_c} \cdot \sigma^2 \ .$$

Lo que significa que la relación de ensanchamiento L_c puede interpretarse de dos maneras:

- Como el factor por el que aumenta el ancho de banda al realizar la modulación.
- Como el factor por el que disminuye la densidad espectral de potencia de la señal transmitida.

Si llevamos al límite esta idea, podremos entender la primera de las características de la señal de espectro ensanchado: la baja detectabilidad. Hemos visto que los sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa distribuyen la potencia de la señal en una banda de frecuencias muy grande. Así, podemos llegar a reducir de manera considerable la energía transmitida por unidad de frecuencia (densidad espectral de potencia η^2), con lo que los mensajes transmitidos pueden tener una detectabilidad muy baja. Esta circunstancia puede ser de gran interés, sobre todo en aplicaciones de carácter militar o para interferir lo mínimo posible sobre otros sistemas ya operativos en aplicaciones comerciales.

Para ver las otras dos características de una señal de espectro ensanchado, la robustez frente a las interferencias y la capacidad de encriptación, hay que analizar el esquema del receptor. A continuación, veremos esquemáticamente el proceso de recepción, que se trabajará de forma más rigurosa en próximas secciones de este módulo. La figura 3 resume de manera gráfica las ecuaciones que describimos seguidamente. La clave del esquema receptor está en el hecho de que la secuencia $p(t)$, formada exclusivamente por '+1' y '–1', cumple que $p^2(t) = 1$. Por esta razón, si queremos recuperar de nuevo la señal $d(t)$ (que contiene la información), bastará con que el receptor multiplique la señal recibida por la señal $p(t)$. De este modo, si la señal recibida es la misma que la transmitida (consideremos que no hay ninguna interferencia ni ruido):

$$r(t) = s(t) = d(t) \cdot p(t),$$

el resultado, después de multiplicar en el receptor la señal recibida por la secuencia $p(t)$, será:

$$v(t) = r(t) \cdot p(t) = (d(t) \cdot p(t)) \cdot p(t) = d(t) \cdot p^2(t) = d(t),$$

que coincide con la secuencia de información $d(t)$. Hemos visto pues la manera de recuperar la información en un sistema de espectro ensanchado por secuencia directa: multiplicar la señal recibida por una réplica exacta y perfectamente sincronizada de la señal $p(t)$. Este punto demuestra la segunda de las características de una señal de espectro ensanchado: su capacidad de encriptación. Si un usuario desconoce la secuencia $p(t)$, no es capaz de interceptar la comunicación; por lo tanto, $p(t)$ actúa como una clave que hace posible la descodificación de la señal.

Por último, nos plantearemos cuál será el efecto de una interferencia sobre la señal recibida para poder analizar la supuesta robustez del sistema frente a las interferencias. Si a la señal $r(t)$ le añadimos una interferencia que denotaremos $i(t)$ a la que no le presuponemos ninguna estructura:

$$r(t) = s(t) + i(t) = d(t) \cdot p(t) + i(t),$$

el resultado, después de multiplicar en el receptor la señal recibida por la secuencia $p(t)$, será:

$$v(t) = r(t) \cdot p(t) = (d(t) \cdot p(t) + i(t)) \cdot p(t) = d(t) \cdot p^2(t) + i(t) \cdot p(t) = d(t) + i(t) \cdot p(t),$$

Observemos que la señal resultante $v(t)$ está formada por dos términos. El primero coincide con la señal de información deseada $d(t)$; el segundo es provocado por la interferencia. Analicemos con detalle este término. Vemos que en este caso la interferencia original está multiplicada por la secuencia $p(t)$ y, por lo tanto, sufre un ensanchamiento espectral, del mismo modo que le pasaba a la señal de información en el transmisor (ved figura 3). Es decir, en el receptor, a la vez que recuperamos la señal deseada, nos protegemos contra interferencias ajenas al provocar sobre éstas un ensanchamiento espectral. El resultado es que sólo una fracción de la potencia interferente, que como se verá en el capítulo siguiente, coincide con la relación de ensanchamiento L_c, afecta realmente a la información. Tenemos pues mostrada la tercera de las características de una señal de espectro ensanchado: la robustez frente a interferencias.

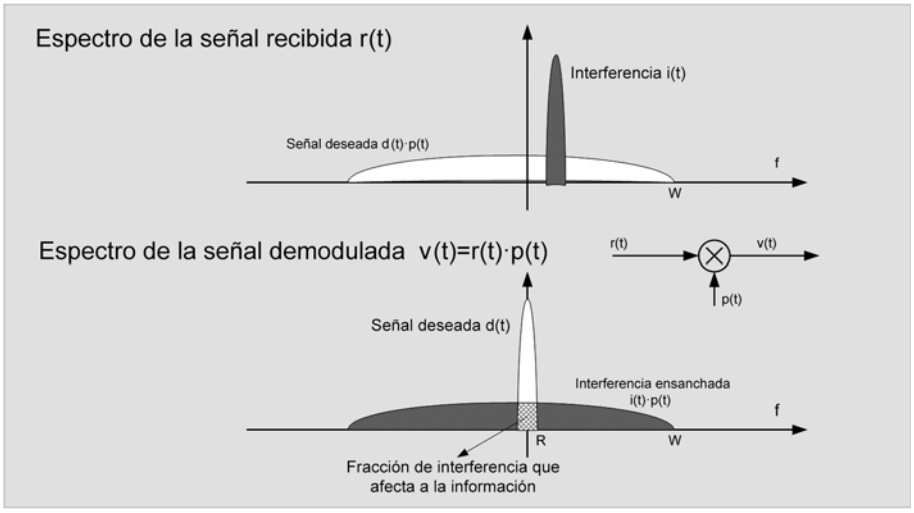


Figura 3. Ilustración del efecto del ensanchamiento espectral en una interferencia con un desmodulador de secuencia directa.

1.2. Introducción a los sistemas de espectro ensanchado por saltos de frecuencia

Los sistemas de comunicación por saltos de frecuencia (FH, *frequency hopping*) son una alternativa a los sistemas DS pues también se basan en extender el ancho de banda de la señal transmitida. También en este caso deben su origen a los sistemas de comunicación militar en los que es fundamental disponer de una gran seguridad en la comunicación, tanto en lo que respecta a la robustez del sistema frente a posibles interferidores como a la encriptación del mensaje para impedir su interpretación.

El principio de funcionamiento consiste en variar la frecuencia portadora de la señal transmitida según una secuencia preestablecida entre el transmisor y el receptor. Podemos decir que el ensanchamiento del espectro se realiza, pues, de forma secuencial. En la figura 4 se muestra un diagrama que ilustra este principio de funcionamiento. En el eje de tiempo tenemos unos *slots* con una duración T_c, durante los cuales permanece constante la frecuencia portadora de la señal. A este tiempo de salto se le llama, en inglés, *dwell time*.

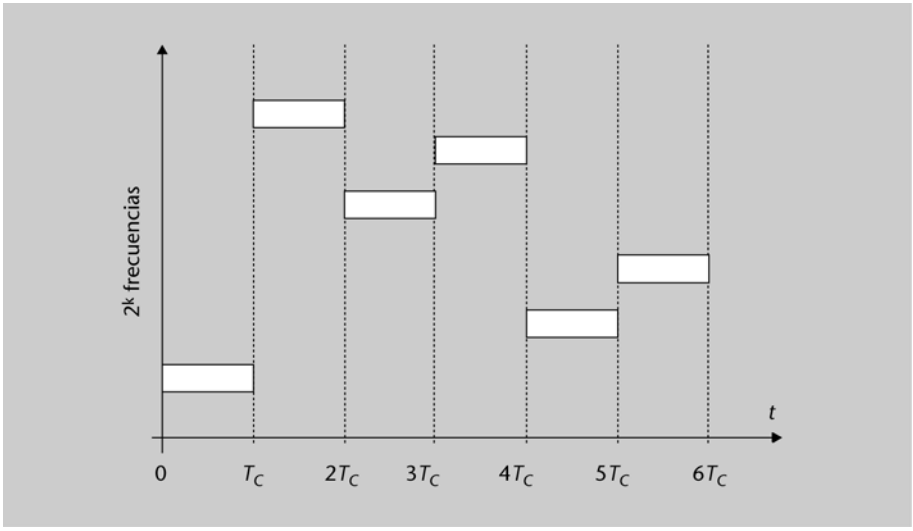


Figura 4. Ejemplo de un sistema de comunicación de espectro ensanchado por saltos de frecuencia.

En la figura 5 se representa un diagrama de bloques de un modulador y un demodulador de FH. La información digital a transmitir se modula mediante un sistema MFSK (FSK con *M* posibles frecuencias portadoras).

La señal FSK resultante se traslada en frecuencia en el mezclador, que es el bloque encargado de hacer saltar la frecuencia de la modulación en el tiempo. La frecuencia utilizada en el mezclador (frecuencia portadora) se puede determinar a partir de la salida de un generador de secuencias pseudoaleatorias, también denominadas *secuencias PN* (del término inglés *PseudoNoise*). Esta secuencia se utiliza para indexar un número finito de frecuencias diferentes, produciendo saltos de frecuencia en el modulador.

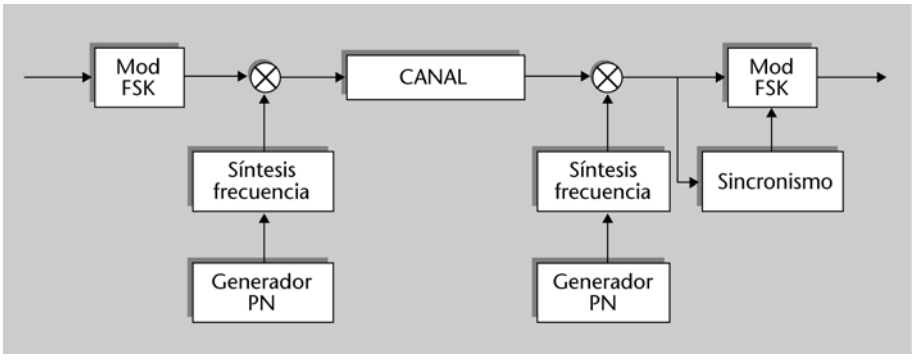


Figura 5. Diagrama de bloques de un modulador y demodulador por saltos de frecuencia.

El proceso de demodulación es muy parecido al de modulación. El generador de secuencias PN deberá estar sincronizado con el del emisor. Así pues, si el generador PN está sincronizado con la señal recibida, el mezclador cancelará la traslación de frecuencia que se ha producido en el emisor y se obtendrá una señal FSK convencional. Generalmente, siempre se incluye algún subsistema que se encarga de recuperar los sincronismos a partir de las señales recibidas.

Los sistemas de espectro ensanchado por saltos de frecuencia también cumplen las tres características de los sistemas de espectro ensanchado antes mencionа-

das, y la clave está en el hecho de conocer o no la secuencia aparentemente aleatoria que regula los saltos de frecuencia. En primer lugar, podemos ver la baja detectabilidad del sistema si pensamos en un usuario que intente sondear el canal para ver si se está produciendo una transmisión. Este usuario, del que obviamente presuponemos que no conoce la secuencia de salto, no podrá seguir la transmisión y, por lo tanto, si es capaz de escanear algo en el canal, sólo verá un ruido impulsivo de corta duración (impulsos de potencia) a algunas frecuencias. En segundo término, para ver la robustez frente a las interferencias, pensemos en una interferencia que afecte a una frecuencia concreta. En este caso, es fácil ver que los datos transmitidos a aquella frecuencia se perderán por estar corrompidos por la interferencia. A pesar de esto, la interferencia sólo estará presente durante un corto período de tiempo y, por lo tanto, mediante mecanismos de corrección y/o detección de errores, los datos se podrán recuperar. En el primer caso, los errores producidos durante el período interferido se podrán corregir con un código corrector de errores si éste se ha diseñado pensando en la presencia de posibles interferencias que inhabiliten el sistema durante T_c segundos. En el segundo caso, implementando un sistema de control de flujo que detecte que durante un cierto período de tiempo los datos han llegado erróneos (o no han llegado), se podrán plantear mecanismos de retransmisión cuando el sistema trabaje a una frecuencia libre. Por último, en lo que se refiere a la capacidad de encriptación, basta con ver, como en el caso de los sistemas por secuencia directa, que si un usuario desconoce la secuencia de salto de frecuencia, no será capaz de interceptar la comunicación y, por lo tanto, esta secuencia, que tiene que ser aparentemente aleatoria, actuará como una clave que haga posible la descodificación de la señal.

2. Sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa

Teniendo en cuenta el uso extendido que se hace de los sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa, en este capítulo formalizaremos este tipo de sistemas. En primer lugar, introduciremos el modelo de señal con la notación de las señales implicadas en el sistema de modulación, lo que nos permitirá formular algunos cálculos sobre las características de estos sistemas de comunicación; a continuación, veremos el esquema del receptor encargado de realizar la desmodulación de la señal, y por último, analizaremos el efecto de las interferencias sobre este tipo de sistemas.

2.1. Modelo de señal en sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa

Asumiendo que la señal de información corresponde a una señal digital, ésta se puede expresar tal como sigue:

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n g_T(t - nT_b)$$

Donde a_n representa la secuencia de los bits de información que pueden tomar los valores +1 o –1 con la misma probabilidad. La señal $g_T(t)$ es un pulso rectangular de duración T_b. En la figura 1 puede encontrarse un ejemplo típico de la forma de onda de $d(t)$, que no es más que una secuencia binaria con una duración de pulso T_b.

La secuencia moduladora $p(t)$ puede expresarse de una manera parecida:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n p(t - nT_c)$$

Donde c_n representa la secuencia de +1 y –1 con características aleatorias utilizada para la expansión del espectro y $p(t)$ es un pulso rectangular de duración T_c, el periodo de chip.

En los ejemplos de este módulo, asumiremos que el pulso conformador de chip es un pulso rectangular, aunque se puede considerar cualquier otro pulso, como por ejemplo los pulsos de Nyquist —pulsos raíz cuadrada coseno—, convencionalmente empleados en comunicaciones digitales.

Finalmente, la secuencia que se transmite es el resultado del producto de las señales $d(t)$ por $p(t)$, moduladas por una portadora cosenoidal con la frecuencia central del sistema de comunicación. Así, la señal transmitida puede expresarse:

$$u(t) = A \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right) = A \cdot s(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right)$$

Es interesante observar que esta señal puede ser interpretada de dos formas alternativas. La forma más directa es que se trata de una portadora modulada en doble banda lateral por la señal $s(t)$, resultado de modular la secuencia de información por $p(t)$. De forma alternativa, la señal transmitida también puede considerarse como una portadora modulada en PSK por una secuencia binaria. En efecto, la señal $s(t)$ sólo puede tomar los valores +1 y –1, por lo que podríamos escribir:

$$u(t) = \begin{cases} +1 \cdot \cos(2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t) & \text{si} \quad s(t) = 1 \\ -1 \cdot \cos(2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t + \pi) & \text{si} \quad s(t) = -1 \end{cases}$$

De esta forma, la señal $u(t)$ puede expresarse como una modulación PSK:

$$u(t) = \cos\left(2\pi f_c t + \varphi(t)\right)$$

La relación entre la fase y la señal $s(t)$ original viene dada por:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad s(t) = 1 \\ \pi & \text{si} \quad s(t) = -1 \end{cases}$$

En la figura 6 se muestra el esquema genérico de un modulador de secuencia directa donde también se ha representado el amplificador y la antena transmisora.

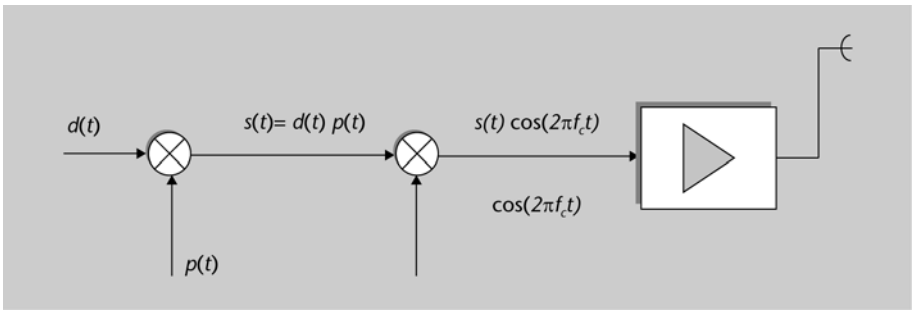


Figura 6. Esquema genérico de un modulador de secuencia directa DS para sistemas de espectro ensanchado.

2.2. Demodulación de la señal

El demodulador de un sistema de secuencia directa puede verse en forma esquemática en la figura 7. Como ya hemos introducido anteriormente, la señal recibida se multiplica por una réplica de la secuencia $p(t)$, que deberá ser regenerada en el receptor y que supondremos perfectamente sincronizada con la señal recibida. En estas condiciones, teniendo en cuenta que el pulso $p_T(t)$ es un pulso rectangular y, por lo tanto, que la secuencia $p(t)$ está formada sólo por +1 y –1 se cumple que $p^2(t) = 1$, de forma que:

$$v(t) = A_c \cdot d(t) \cdot p^2(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right) = A_c \cdot d(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right),$$

donde hemos supuesto que únicamente recibimos la señal que originalmente hemos transmitido, sin ruido ni interferencias adicionales. Así pues, podemos concluir que el efecto de multiplicar por la secuencia $p(t)$ es el de restaurar el espectro de la señal de información a su ancho de banda original. Hay que observar que, como se ilustraba en la figura 3, la secuencia de información, cuyo ancho de banda se había extendido al multiplicarla por la secuencia $p(t)$, recupera su ancho de banda original cuando repetimos esta operación en el receptor. En caso de que el pulso $p_T(t)$ no sea un pulso rectangular sino cualquier otro pulso, la formulación anterior es válida si se plantea un receptor digital con un filtro adaptado al pulso $p_T(t)$ y se trabaja con las muestras a la salida del pulso adaptado. En este caso, en vez de mirar la señal $p^2(t) = 1$, miraremos que se cumpla que $c_n^2 = 1$.

El resto del esquema del demodulador puede ser un filtro adaptado o un elemento que haga la correlación entre las señales y que llamaremos *correlador*. Como veremos a continuación, es muy importante advertir que las únicas componentes espectrales de ruido o de interferencia que afectarán al demodulador serán aquellas que estén dentro del ancho de banda de la señal de información. El resto de componentes frecuenciales debidas al ruido o interferencias pueden eliminarse mediante filtrado sin que afecten a la calidad de la recepción. Intuitivamente, esta idea ya se ilustraba en la figura 3.

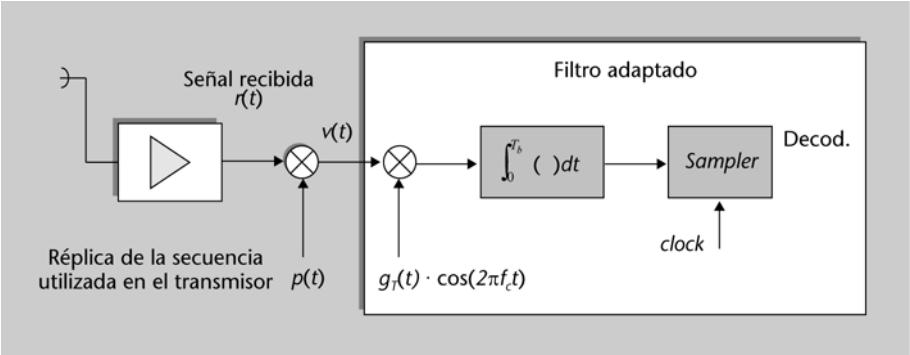


Figura 7. Diagrama del demodulador de secuencia directa DS para sistemas de espectro ensanchado.

2.3. Efecto de una interferencia de banda estrecha

Analizaremos en este subapartado cómo se comporta el demodulador cuando se recibe una interferencia de banda estrecha. Entendemos por *i*nterferencia de banda estrecha una señal que concentra toda su potencia en una banda muy reducida y cercana a la frecuencia portadora del sistema. Sabemos que este tipo de interferencias producen una degradación muy significativa en los sistemas de comunicación convencionales debido a que enmascaran completamente la señal deseada. Sin embargo, es fácil comprobar que los sistemas de comunicación por espectro ensanchado presentan bastante inmunidad a este tipo de interferencias.

En efecto, supongamos que junto con la señal deseada recibimos una señal interferente de banda estrecha en una frecuencia f_I próxima a la frecuencia central. La señal recibida tiene un espectro como el que se muestra en la figura 8. La componente deseada tiene el espectro extendido y, por lo tanto, es de banda ancha y la interferencia, de banda estrecha, concentra toda su potencia en la proximidad de f_I. Podemos expresar matemáticamente la señal recibida como:

$$r(t) = A_c \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right) + i(t) \ .$$

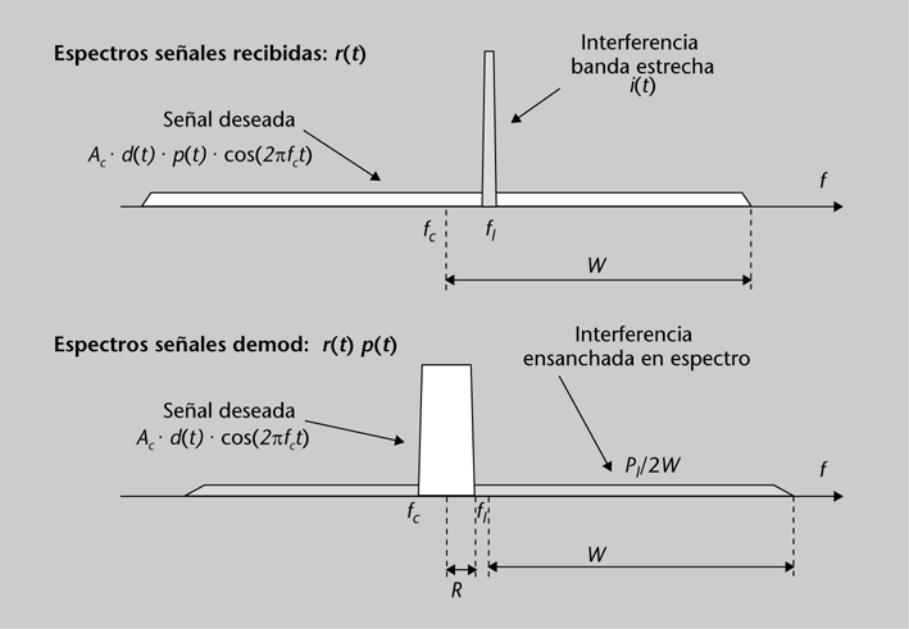


Figura 8. Espectros de señal deseada e interferencia de banda estrecha antes y después del producto con $p(t)$.

Cuando la señal recibida entra en el demodulador y se multiplica por la secuencia $p(t)$, el espectro de la señal deseada se comprime al ancho de banda original de la información ($R = 1/T_b$). En cambio, la interferencia se multiplica por la secuencia $p(t)$, cuya tasa de bit es mayor que la de la información y que suponemos que tiene un ancho de banda W, aproximadamente el mismo que la señal deseada, que está ensanchada en espectro.

$$r(t) \cdot p(t) = A_c \cdot d(t) \cdot \cos\left(2\pi f_c t\right) + i(t) \cdot p(t)$$

El espectro de la señal interferente por la secuencia $p(t)$ puede calcularse como la convolución entre el espectro de la señal interferente con el espectro de la secuencia $p(t)$. En una primera aproximación podemos decir que la convolución entre los dos espectros tendrá un ancho de banda que es la suma de los anchos de banda de cada una de las señales. Así pues, la interferencia se ensancha de banda cuando se multiplica por la secuencia $p(t)$. En la figura 8 se ilustra cómo se modifican los espectros de las dos señales al multiplicar por $p(t)$. Recordemos en este punto que ahora la señal deseada ya tiene un espectro de banda estrecha, por lo que el demodulador puede filtrar toda la energía que esté fuera de la banda útil de la señal. Esto significa que, al ensanchar el espectro de la interferencia, sólo una pequeña fracción de la potencia de la interfe-

rencia pasará al filtro adaptado del demodulador, con lo que se reduce la potencia efectiva de la interferencia en el demodulador.

Para cuantificar este resultado supongamos que la interferencia es una señal cosenoidal pura con frecuencia f_I:

$$i(t) = A_I \cos(2\pi f_I t) .$$

La potencia media de esta interferencia es $P_I = A_I^2 / 2$. Cuando se multiplica la interferencia por la secuencia $p(t)$ toda esta potencia se dispersa en el ancho de banda W. Por lo tanto, la densidad espectral de la interferencia una vez ha sido ensanchada por $p(t)$ es:

$$\eta_I^2 = \frac{P_I}{2W} .$$

Pero sólo una fracción de esta interferencia pasará a través del filtro del demodulador. Como el ancho de banda de la señal deseada es R, la fracción de potencia interferente que tendremos en la entrada del filtro adaptado es:

$$P_I^{DS} = \frac{R}{W} \cdot P_I = \frac{T_c}{T_b} \cdot P_I = \frac{1}{L_c} \cdot P_I .$$

Es decir, la fracción de potencia interferente remanente depende de la relación de ensanchamiento. Cuanto mayor sea la relación entre las tasas de bit de la información original y la secuencia $p(t)$ mayor es la ganancia del sistema para reducir la potencia efectiva de las interferencias. Por ello, al factor L_c se le denomina también *ganancia de procesado*.

La **relación de ensanchamiento** (L_C) de un sistema de comunicación por espectro ensanchado nos indica el factor con el que se reduce la potencia de las señales interferentes, que se conoce como *ganancia de procesado* ($G_p = L_C$).

2.4. Efecto de una interferencia de banda ancha

En el subapartado anterior hemos comprobado que el sistema de modulación por secuencia directa (DS) está bien protegido frente a interferencias de banda estrecha, pues es capaz de reducir su potencia efectiva antes de entrar en el filtro adaptado que se encarga de demodular la información útil.

El hecho de que el sistema DS se comporte bien frente a interferencias de banda estrecha parece sugerir que deberíamos comprobar qué ocurre con las interferencias de banda ancha. Un razonamiento excesivamente rápido nos podría llevar a pensar que, si las interferencias de banda estrecha se ensanchan, las de banda ancha podrían estrecharse, concentrarse en la banda útil y afectar de forma directa a la demodulación de la señal de interés.

Antes de proceder con el análisis de este problema debemos recordar que cualquier sistema interferente dispone de una potencia de transmisión prefijada por las características técnicas de sus equipos de modulación. El interferidor dispone de una potencia limitada y, por lo tanto, puede elegir entre concentrar toda su energía en una banda muy estrecha o dispersarla en un ancho de banda mayor. En cualquier caso, la potencia total que afecta a nuestro receptor es la energía interferente que existe en la misma banda en la que tenemos la señal deseada. Esto significa que, si después de multiplicar la señal recibida por $p(t)$ tenemos una interferencia que es de banda ancha, sólo una pequeña fracción de la misma afectará a la recepción.

Para valorar el efecto de una interferencia de banda ancha en nuestro sistema analizaremos dos casos. En el primer caso supondremos que la interferencia $j(t)$ tiene un ancho de banda U, tal y como se muestra en la figura 9. La secuencia $p(t)$, con una tasa $W = 1/T_c$, tiene un ancho de banda que podemos aproximar por W. Al realizar el producto entre la interferencia $j(t)$ por la secuencia $p(t)$ obtenemos una señal cuyo espectro puede obtenerse como la convolución entre el espectro de la interferencia y el espectro de la secuencia $p(t)$. Así pues, la convolución entre los dos espectros tendrá un ancho de banda $W + U$. Obsérvese que, como resultado del producto con $p(t)$, la potencia de la interferencia todavía se ha dispersado más en el espectro. Esto significa que la potencia original P_J , empleada por el transmisor, está dispersada en un ancho de banda $W + U$. De toda esta potencia, sólo la fracción correspondiente al ancho de banda de la señal deseada entrará en el filtro adaptado y actuará como potencia interferente efectiva. Por lo tanto, la potencia de interferencia que realmente afecta al demodulador es:

$$P_J^{DS} = \frac{R}{W+U} \cdot P_J \cdot$$

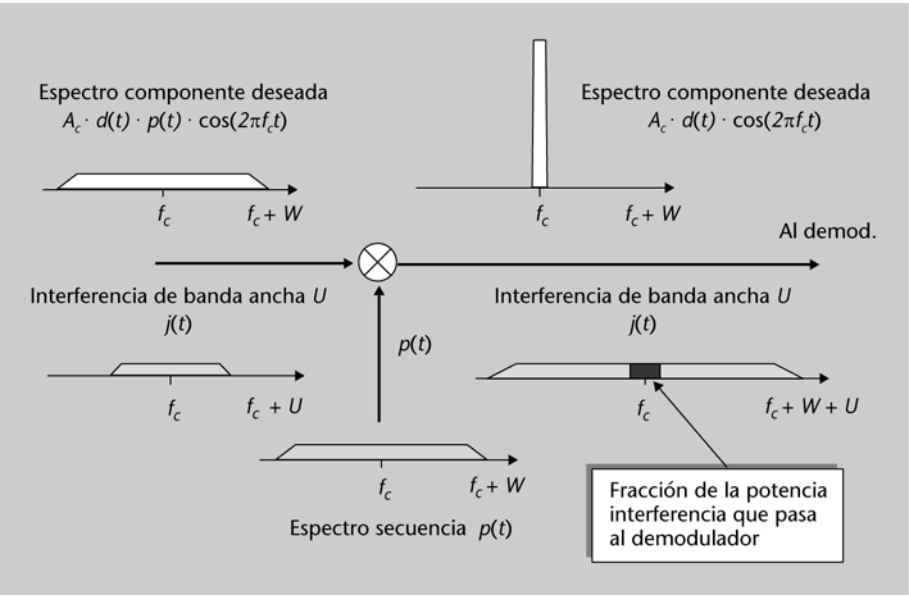


Figura 9. Diagrama ilustrativo del efecto de una interferencia de banda ancha en el demodulador DS.

Un segundo caso especialmente interesante resulta de considerar una interferencia de banda ancha obtenida según la ecuación siguiente, donde $p_2(t)$ será también una secuencia pseudoaleatoria:

$$j(t) = A_I \cdot p_2(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

En este caso, la interferencia de banda ancha se obtiene mediante una modulación del tipo DS, de una forma totalmente análoga a como está modulada la señal deseada. La señal que tenemos a la entrada del receptor es por lo tanto:

$$r(t) = A_C \cdot d(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + A_I \cdot p_2(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

Cuando el receptor multiplica esta señal por $p(t)$ obtenemos:

$$r(t) \cdot p(t) = A_C \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) + A_I \cdot p_2(t) \cdot p(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) .$$

Recordad que en todo momento estamos suponiendo que el receptor dispone de una réplica de la secuencia moduladora *p(t)* perfectamente sincronizada con la seal recibida. Estudiaremos el problema de la sincronizacin en el apartado 4.

La primera componente es la señal deseada y tiene un ancho de banda R. La segunda componente tiene como moduladora el producto entre una secuencia $p_2(t)$ y la secuencia $p(t)$. Supongamos, para simplificar el problema, que $p_2(t)$ es una secuencia de características parecidas a $p(t)$, con un periodo de chip T_c, información aleatoria y que se recibe con la misma fase que $p(t)$. En este caso, si las dos secuencias son distintas, su producto dará lugar a una nueva secuencia cuyos datos son también aleatorios y que tiene el mismo periodo de chip. En la figura 10 se muestra que el resultado de multiplicar dos secuencias aleatorias con la misma duración del pulso rectangular y en fase es una nueva secuencia aleatoria con las mismas características. Así pues, en este caso, el espectro de la componente interferente una vez se ha multiplicado por $p(t)$ seguirá siendo de banda ancha por lo que sólo una fracción de la potencia interferente afectará al demodulador.

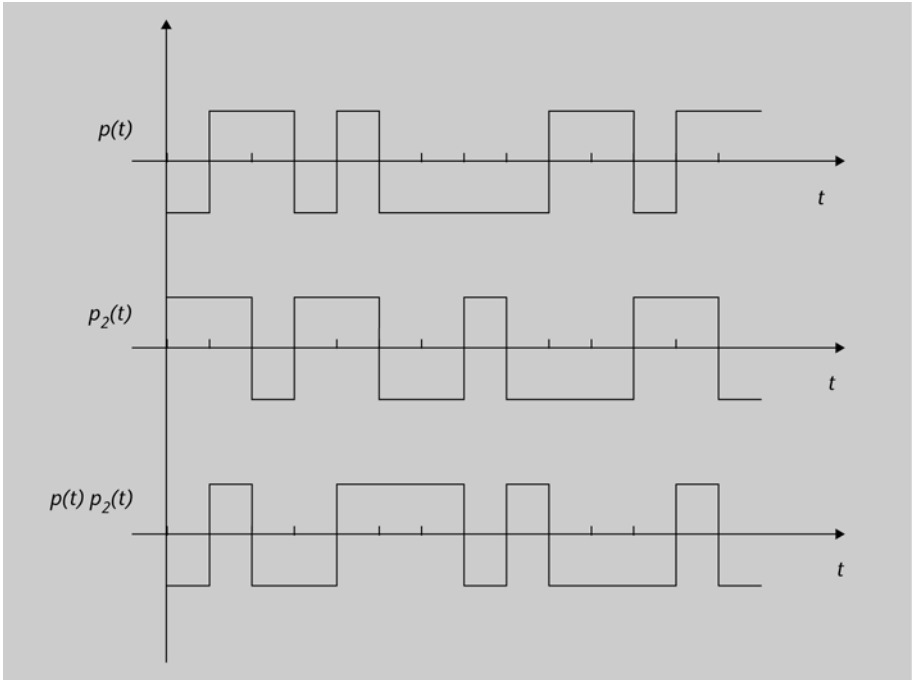


Figura 10. Resultado del producto de dos secuencias (pseudo)aleatorias en fase.

Podéis pensar que probablemente hemos realizado demasiadas hipótesis simplificadoras sobre las características de la señal $p_2(t)$ y que, en un caso práctico, la situación puede no ser tan favorable. En efecto, lo más habitual será que las secuencias $p(t)$ y $p_2(t)$ no estén en fase. No obstante, esta situación es todavía más favorable para nosotros debido a que, tal y como se muestra en la figura 11, ahora la señal producto resultante tiene cambios más rápidos que los de la figura 10, por lo que su ancho de banda será todavía mayor. Análogamente, podemos inferir que, si los periodos de chip no son exactamente iguales, pueden producirse más transiciones que las representadas en la figura 10, por lo que nuevamente tendremos un ancho de banda de la señal resultante mayor.

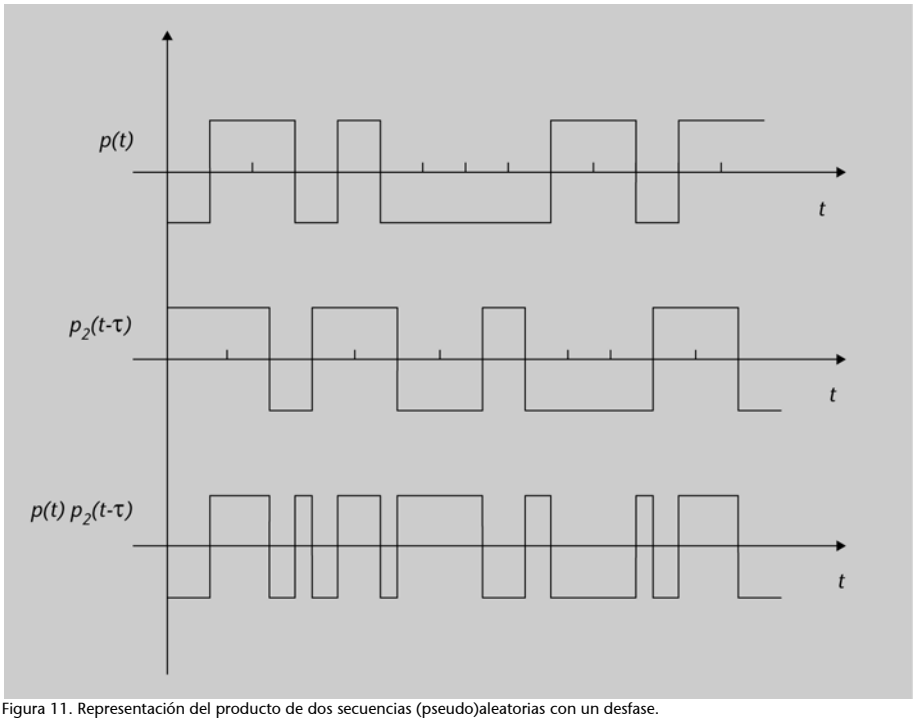


Figura 11. Representación del producto de dos secuencias (pseudo)aleatorias con un desfase.

El problema con esta interferencia aparecería sólo en el caso en el que $p_2(t)$ fuera una réplica exacta y en fase con $p(t)$. En este caso, al realizar la multiplicación con $p(t)$ la interferencia se compacta en una banda espectral muy estrecha y afectará directamente a la demodulación. La conclusión es que la única estrategia válida para que el sistema DS se vea afectado por las interferencias es que el interferidor utilice una réplica exacta de la señal $p(t)$ utilizada en el modulador y que ambas secuencias se reciban en fase en el receptor. Sólo en este caso el demodulador se verá gravemente afectado por la interferencia.

Insistamos un poco más en remarcar la gran seguridad de estos sistemas de modulación. Obsérvese que la secuencia $p(t)$ debe ser no sólo conocida sino estar en fase con la secuencia de la señal deseada para que el sistema deje de funcionar correctamente. En efecto, si la secuencia está desfasada algunos chips respecto a la original, la correlación entre las dos señales será muy baja, por lo que el producto resultante seguirá siendo una señal aleatoria de gran ancho de banda. Sin embargo, podría ocurrir que el receptor se sincronice con la réplica de la señal interferente, por lo que en este caso no obtendríamos la

señal deseada. La solución al problema consiste en reiniciar el sistema de adquisición hasta que enganche con la señal que deseamos recibir (este tema, sin embargo, ya lo trataremos más adelante, cuando hablemos de la sincronización). Como conclusión, podemos decir que la manera de garantizar que el sistema DS sea seguro es que se utilicen secuencias $p(t)$ que tengan una naturaleza impredecible para cualquier observador malintencionado.

3. Secuencias pseudoaleatorias: generación

3.1. La secuencia pseudoaleatoria

En los apartados anteriores, hemos ido haciendo énfasis en el hecho de que una de las claves para el funcionamiento del sistema de modulación por secuencia directa es la señal $p(t)$, tanto en cuanto a su generación como en lo que se refiere a su sincronización con la señal recibida. Esta señal se tiene que diseñar pensando en cumplir las tres propiedades de los sistemas de espectro ensanchado mencionadas en la introducción de este módulo: robustez frente a las interferencias, baja detectabilidad de la comunicación y capacidad de encriptación de la información. A continuación, revisaremos estas tres características y analizaremos cómo ha de ser la secuencia $p(t)$ para que las cumpla.

1) Encriptación de la señal enviada al canal. Una de las ventajas del sistema es que la señal que se envía al canal de comunicaciones es el producto entre la secuencia de información y la secuencia $p(t)$. En principio, la demodulación de la información original requiere que el receptor conozca de forma exacta la secuencia $p(t)$. En caso contrario, no será posible descodificar la información original $d(t)$. Así pues, para que el sistema sea seguro basta con que la secuencia $p(t)$ sólo sea conocida por el emisor y el receptor del mensaje. En la práctica podría tratarse de una secuencia aleatoria que sólo conocen el emisor y el receptor. Los posibles observadores no serían capaces de reproducir la secuencia $p(t)$, por lo que no podrían descodificar la información transmitida aún en el caso de que pudieran detectarla. En la práctica, utilizar una secuencia aleatoria presenta algunos problemas conceptuales como el de la sincronización del receptor, ya que las secuencias tendrían en principio una duración infinita. Por ello, se suelen utilizar las denominadas secuencias pseudoaleatorias, que presentan unas propiedades que parecen aleatorias para un observador externo pero que pueden calcularse de forma determinista por el transmisor y el receptor.

2) Baja detectabilidad de la señal transmitida. Otro de los objetivos en los sistemas militares es que la densidad espectral de potencia de la señal transmitida sea muy baja, de manera que sea difícil de detectar para los observadores externos si se está realizando una transmisión. En la práctica, el objetivo es que la densidad espectral de potencia sea comparable o incluso inferior al nivel de ruido, por lo que la comunicación no será detectable. Hemos visto que el ensanchamiento del espectro dispersa la energía del transmisor en toda la banda. Así pues, para obtener baja detectabilidad será necesario utilizar relaciones de ensanchamiento muy significativas. Esto significa que la velocidad (tasa de chips) de la secuencia $p(t)$ debe ser mucho mayor que la velocidad de los datos.

Veremos los detalles de secuencias pseudoaleatorias en el apartado siguiente.

3) Robustez frente a interferencias. Una posible alternativa para evitar una comunicación que no puede descifrarse y que incluso puede ser difícil de detectar consiste en enviar señales interferentes al receptor de manera que el ruido generado por la señal interferente impida recuperar el mensaje original. El emisor interferente dispone de una potencia total en el transmisor y puede elegir entre concentrar toda esta potencia en una banda muy estrecha o dispersarla en el espectro. Ya hemos comprobado en los dos subapartados anteriores que el demodulador de secuencia directa está bien protegido ante los dos posibles tipos de interferencia si la secuencia $p(t)$ garantiza el ensanchamiento espectral. A pesar de que no se ha tratado, se podrían obtener conclusiones similares para el caso de ensanchamiento espectral por saltos de frecuencia.

Para obtener todas estas propiedades simultáneamente es necesario que la secuencia $p(t)$ cumpla con los siguientes requisitos:

- Debe poder ser generada de forma determinista por el emisor y por el receptor.

- Debe parecer una secuencia de carácter aleatorio para un observador externo. Obsérvese que, si el observador externo fuera capaz de reproducir la secuencia $p(t)$, podría no sólo descodificar la información recibida sino transmitir interferencias codificadas con $p(t)$ que impidieran la recepción del mensaje original.

- La réplica de $p(t)$ generada en el receptor debe poder sincronizarse de forma fiable y rápida con la secuencia recibida. En caso contrario, no será posible realizar la demodulación de la señal.

Por lo tanto, es fundamental abordar dos problemas básicos: la generación de secuencias pseudoaleatorias y la obtención de algoritmos eficientes para su sincronización. En los apartados siguientes consideraremos con cierto detalle estos problemas. En primer lugar, trataremos del problema de la generación de estas secuencias pseudoaleatorias (deterministas pero que aparentan tener características aleatorias para los observadores externos). En segundo lugar, veremos los mecanismos de sincronización de las secuencias pseudoaleatorias.

3.2. Generación de secuencias

Como hemos visto, para diseñar un buen sistema de espectro ensanchado, habrá que utilizar secuencias moduladoras que se puedan generar de manera totalmente determinista, pero que presenten propiedades similares a las aleatorias. Estas secuencias se denominan *secuencias pseudoaleatorias* o también *secuencias PN* (procedente de la abreviación de *pseudonoise*).

La forma más común de generar tales secuencias es mediante *registros de desplazamiento con realimentación lineal* (LFSR, *linear feedback shift register*). En

las figuras 12 y 13 se muestran dos realizaciones canónicas de estos registros: un generador por registros de **desplazamiento simple** (SSRG, *simple shift register generator*) y un **generador por registros de desplazamiento modular** (MSRG, *modular shift register generator*).

Los registros de desplazamiento transfieren su contenido hacia la derecha a cada pulso de reloj. El valor de los coeficientes binarios a_i, b_i y el contenido inicial de los registros de desplazamiento determinan la secuencia binaria que aparece en la salida, que viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$c_n = \sum_{k=1}^{r} a_k c_{n-k} \quad \text{para el SSRG}$$

$$c_n = \sum_{k=0}^{r-1} b_k c_{n-r-k} \quad \text{para el MSRG}$$

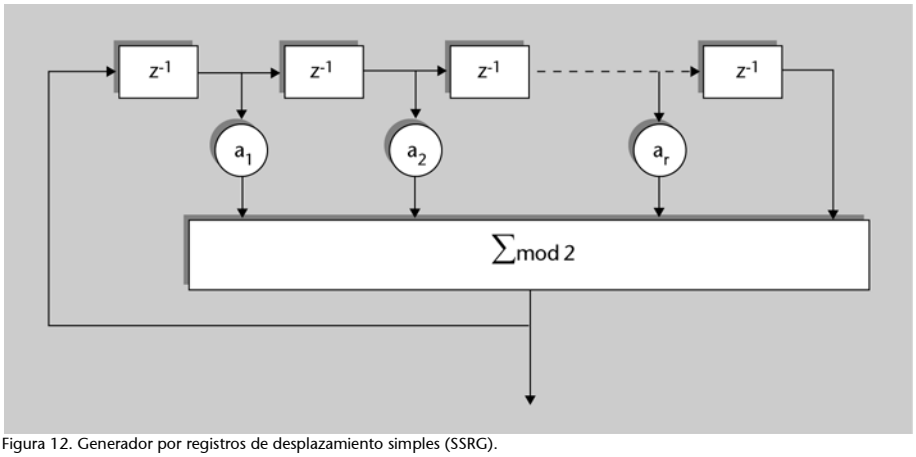


Figura 12. Generador por registros de desplazamiento simples (SSRG).

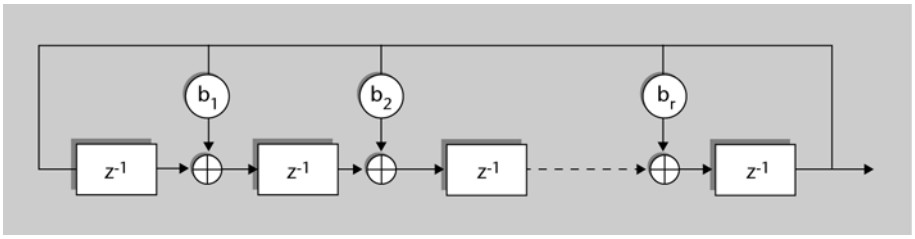


Figura 13. Generador por registros de desplazamiento modular (MSRG).

Las configuraciones SSRG y MSRG pueden generar la misma secuencia de salida cuando sus registros de desplazamiento son inicializados del mismo modo si sus conexiones verifican la relación:

$$a_i = b_{r-i} \quad \text{para } i = 0,1,\ldots,r\ .$$

Como se comprueba de inmediato al comparar

$$c_n = a_1 c_{n-1} + a_2 c_{n-2} + \ldots + a_r c_{n-r}$$

con

$$c_n = b_{r-1} c_{n-1} + b_{r-2} c_{n-2} + \ldots + b_o c_{n-r}$$

La longitud o periodo de repetición de las secuencias generadas por un LFSR depende del contenido inicial de los registros de desplazamiento y del diagrama de conexiones. Así, el SSRG de la figura 14 puede generar la secuencia de longitud 4: (11001100110011…) si el contenido inicial de sus registros es $c_1 = c_2 = 0$, $c_3 = 1$; o bien, la secuencia de longitud 2: (1010101…) si sus registros de desplazamiento son inicializados con $c_1 = c_3 = 1$; $c_2 = 0$. También puede generar las secuencias de longitud unidad "todo unos" o "todo ceros" si todos sus registros están cargados a la unidad o a cero, respectivamente.

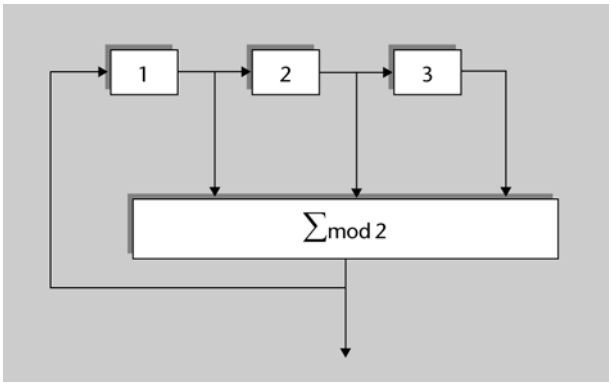


Figura 14. SSRG de tres etapas.

Actividad

¿Podéis comprobar estos resultados? Si no veis de forma inmediata cómo hacerlo, el ejemplo del apartado 3.3. "Ejemplo. Generación de secuencias de máxima longitud" os será muy útil.

En cambio, el SSRG de la figura 15 generará siempre la secuencia de longitud 7: (111010011101001…) cualquiera que sea el contenido inicial de sus registros de desplazamiento, salvo $c_1 = c_2 = c_3 = 0$, en cuyo caso generará la secuencia "todo ceros".

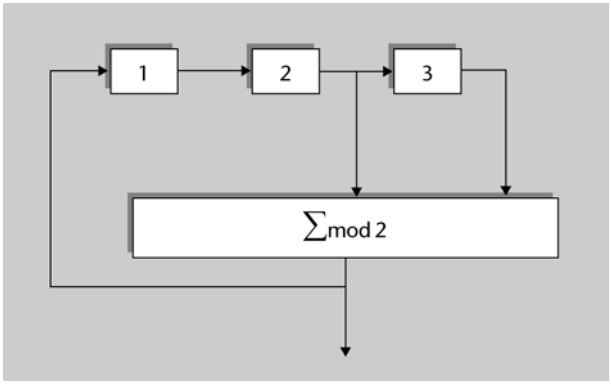


Figura 15. SSRG de una secuencia de máxima longitud.

La longitud máxima que se puede obtener de un LFSR con r registros de desplazamiento es de $L = 2^r - 1$, pues existen $2^r - 1$ palabras binarias distintas de cero.

Se puede demostrar que es posible elegir las conexiones a_i o b_i para que la secuencia generada por un LFSR sea de longitud máxima, que da lugar a las configuraciones ML-LFSR (*maximal lenght – linear feedback shift register*). La mayoría de las demostraciones sobre los resultados que utilizaremos pueden encon-

trarse en Golomb (1967). Se trata, en general, de demostraciones de cierta complejidad que omitiremos, por lo que presentamos únicamente los resultados finales.

Las conexiones a_i o $b_{i,}$ que producen secuencias de máxima longitud, se pueden encontrar en tablas. En estas tablas se indica, para cada valor de *r*, las posibles combinaciones de conexiones de los registros para los que se producen las secuencias de máxima longitud. En la tabla 1, se proporcionan algunas combinaciones que se pueden utilizar con las estructuras SSRG.

Nota

Un generador de máxima longitud formado por *r* etapas puede producir una secuencia de longitud $L = 2^r - 1$. Esto significa que los estados internos de los registros de desplazamiento han pasado por todos los valores posibles exceptuando, claro está, el valor "todo ceros". Así pues, después de $2^r - 1$ iteraciones posibles, volveremos a recuperar el estado inicial, por lo que la secuencia se repetirá de forma periódica con un periodo de repetición $L = 2^r - 1$.

r	Longitud de la secuencia	Registros conectados a SUM
2	3	1,2
3	7	1,3
4	15	1,4
5	31	2,5
6	63	1,6
7	127	1,7
8	255	2,3,4,8
9	511	4,9
10	1023	3,10
11	2047	2,11
12	4097	1,4,6,12
13	8191	1,3,4,13
14	16383	1,6,10,14
15	32767	1,15
32	4294967295	1,2,22,32
33	8589934591	13,33
34	17179869183	1,2,27,34

Tabla 1. Tabla con las conexiones de los registros de desplazamiento SSRG que generan secuencias de máxima longitud.

3.3. Ejemplo de generación y propiedades de secuencias de máxima longitud

En este subapartado vamos a ver un ejemplo de cómo se obtiene una secuencia de máxima longitud de longitud 31 a partir de la tabla 1. En este caso, vemos que el valor de *r* deberá ser igual a 5, por lo que deberemos utilizar un total de 5 registros de desplazamiento. De estos registros, los numerados como 2 y 5 deben ser los que están conectados al sumador de módulo 2. Así pues, la estructura que genera nuestra secuencia de máxima longitud es la que se representa en la figura 16.

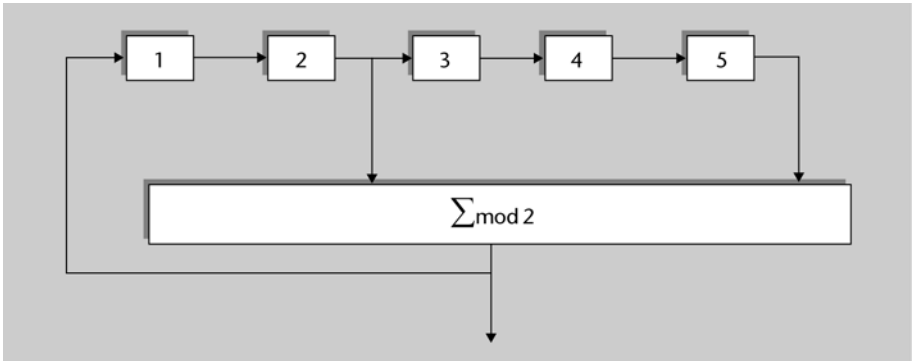


Figura 16. Generador de una secuencia pseudoaleatoria de máxima longitud de 31 muestras.

Para obtener la secuencia binaria asociada a este generador podemos inicializarlo a cualquier valor exceptuando el valor "todo ceros" (en este caso el resultado sería la secuencia de todo ceros). El proceso de cómo se van calculando las distintas iteraciones se muestra con detalle en la figura 17. Los registros de desplazamiento se inicializan con la palabra 00001, por lo que la salida será la suma en módulo dos de los bits en las posiciones 2 y 5. Nótese que estos dos bits que se utilizan para determinar la suma han sido sombreados. Cada vez que se produce una nueva iteración el bit resultante entra como bit número 1 (a la izquierda) en el nuevo registro de desplazamiento, el resto de bits se desplazan una posición y el bit de la derecha se pierde. Observad también que en los registros de desplazamiento se obtienen todas las posibles combinaciones binarias con 5 bits, con la excepción de la combinación "todo ceros". Para esta combinación, el resultado es una secuencia que siempre son ceros. En la iteración 32 se vuelve a producir la secuencia inicial, por lo que se repetirá el mismo patrón de ceros y unos con un periodo de repetición de 31 muestras.

Iteración	Registros	Suma módulo 2	Iteración	Registros	Suma módulo 2
1	00001	1	17	11100	1
2	10000	0	18	11101	1
3	01000	1	19	11110	0
4	10100	0	20	01111	0
5	01010	1	21	00111	1
6	10101	1	22	10011	1
7	11010	1	23	11001	0
8	11101	0	24	01100	1
9	01110	1	25	10110	0
10	10111	1	26	01011	0
11	11011	0	27	00101	1
12	01101	0	28	10010	0
13	00110	0	29	01001	0
14	00011	1	30	00100	0
15	10001	1	31	00010	0
16	11000	1	32	00001	1

Figura 17. Ejemplo de la generación de las secuencias pseudoaleatorias de máxima longitud.

La secuencia que obtenemos en la salida es:

1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0

Aprovechamos el ejemplo propuesto para observar algunas **propiedades de las secuencias de máxima longitud** que puede ser interesante conocer:

- La secuencia tiene 16 valores iguales a la unidad y 15 valores iguales a cero. Como los estados internos toman todas las combinaciones posibles excepto la combinación 'todo ceros', podemos deducir que en un período completo de la secuencia encontraremos siempre (2^{r-1}) bits iguales a '1' y ($2^{r-1} - 1$) bits iguales a '0'.

- El número máximo de unos consecutivos es igual al número de registros de desplazamiento. Hay que observar que si hubiera 6 unos consecutivos, se repetirían los valores de los registros en dos iteraciones consecutivas, por lo que la secuencia degeneraría. En efecto, si una salida no modifica el estado de la entrada, la salida seguirá siendo siempre la misma y la entrada nunca se modificará, por lo que la secuencia quedaría "congelada" a todos unos y no sería de máxima longitud.

- La misma secuencia la podemos obtener con un cierto desfase si la inicializamos a un valor diferente. Podemos observar que por el hecho de que la secuencia obtenida en el ejemplo de la figura 17 se realimenta en el primer registro, de éste al segundo y así sucesivamente, cualquier inicialización del registro acabará produciendo la misma secuencia con un desfase (y si no lo veis claro, haced la prueba).

- La secuencia es binaria y produce valores 0 y 1. En los sistemas de modulación por secuencia directa necesitamos secuencias que tomen los valores +1 y –1. La siguiente ecuación nos permite mapear los bits en +1 y –1:

$$p(n) = \cos(\pi \cdot \varphi(n))$$

donde $\varphi(n)$ representa la secuencia binaria de 0 y 1 y $p(n)$, la secuencia de +1 y –1.

- Si convertimos a binarios los valores sucesivos que va tomando la palabra almacenada en los registros de desplazamiento, obtenemos una secuencia de longitud 31 en la que se producen los 31 primeros números naturales. La secuencia obtenida en nuestro ejemplo es:

1, 16, 8, 20, 10, 21, 26, 29, 14, 23, 27, 13, 6, 3, 17, 24, 28, 30,
31, 15, 7, 19, 25, 12, 22, 11, 5, 18, 9, 4, 2,

En resumen, obtenemos un procedimiento para seleccionar todo un conjunto de números naturales en una secuencia de longitud máxima y en apariencia

aleatoria. Esta característica resultará muy útil en los sistemas de espectro ensanchado por saltos de frecuencia para generar la secuencia de frecuencias moduladoras de un determinado canal.

- De forma parecida al caso anterior, podemos seleccionar una subpalabra de *k*-bits de los registros de desplazamiento para obtener números aleatorios entre 0 y $2^k - 1$. Por ejemplo, si tomamos las palabras formadas por los tres primeros bits del registro de desplazamiento, obtenemos:

  0, 4, 2, 5, 2, 5, 6, 7, 3, 5, 6, 3, 1, 0, 4, 6, 7, 7, 7, 3, 1, 4, 6, 3, 5, 2, 1, 4, 2, 1, 0

Observad que todos los números aparecen cuatro veces dentro de la serie con excepción del cero, que sólo se repite tres veces. La serie tiene una apariencia aleatoria, aunque se repite cada 31 dígitos. Si repitiéramos este mismo proceso de generación de números entre 1 y 7 con el generador de 34 registros de desplazamiento obtendríamos un generador de números del 1 al 7 que sólo se repetiría después de $17.179_1869.183$ iteraciones*.

*** ¿Podéis justificar éste resultado?**

3.4. Función de autocorrelación de una secuencia de máxima longitud

Como ya venimos enfatizando en apartados anteriores, la estructura de las secuencias PN tendrá que ser lo más aleatoria posible. Este nivel de aleatoriedad se verá reflejado en las propiedades de autocorrelación de la secuencia. Un trozo de una secuencia que sea aleatoria no se tiene que asemejar en nada a otro trozo. En términos de correlación, ello querrá decir que la autocorrelación de la secuencia (parecido de la secuencia con una versión desplazada de ésta) habrá de ser idealmente cero, excepto cuando la comparemos con ella misma, caso en el que la correlación tendrá que ser máxima (obviamente, una secuencia es idéntica a sí misma si la comparamos sin ningún desplazamiento). Por otro lado, una secuencia aleatoria no ha de asemejarse en nada a otra secuencia que nos podamos inventar. En términos de correlación, ello querrá decir que la correlación cruzada entre secuencias tiene que ser nula. El planteamiento anterior es ideal puesto que, como hemos argumentado, no trabajaremos con secuencias aleatorias, sino con secuencias pseudoaleatorias. Así pues, hará falta que las secuencias PN tengan buenas propiedades de autocorrelación y correlación cruzada para garantizar el éxito de los sistemas de espectro ensanchado. En este apartado, analizaremos la autocorrelación de secuencias PN, y en la siguiente, trataremos de la correlación cruzada entre secuencias.

La función de autocorrelación de una secuencia de máxima longitud se define en el caso discreto como:

$$R[m] = \sum_{n=1}^{2^r-1} p(n) \cdot p(n+m)$$

donde $p(n)$ es la secuencia bipolar que toma los valores +1 y –1 como se ha visto en la ecuación $p(n) = \cos(\pi \cdot \varphi(n))$. A causa de la periodicidad de la secuencia $p(n)$, la función de autocorrelación será una función periódica con periodo $L = 2^r - 1$. Es posible demostrar que el resultado de la definición anterior para una secuencia de ML siempre es:

$$R[m] = \begin{cases} L & \text{si } m = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ -1 & \text{para otros valores} \end{cases}$$

Aunque no realizaremos la demostración de este resultado sí podemos comprobar que se cumple para la secuencia de máxima longitud obtenida en el ejemplo del subapartado anterior.

Cálculo de la autocorrelación de una secuencia de máxima longitud

Siguiendo el ejemplo del subapartado 3.3, si pasamos la secuencia de máxima longitud obtenida en la ecuación 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 a bipolar obtenemos:

$$p(n) = \{1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1\}$$

Si multiplicamos esta secuencia por ella misma (desplazamiento cero) obtendremos un total de 31 valores iguales a la unidad, por lo que, al sumarlos, obtendremos un valor de la autocorrelación en el origen de 31 (la longitud de la secuencia).

Veamos qué ocurre cuando desplazamos la secuencia una muestra y realizamos el producto de la secuencia original con la secuencia desplazada. En este caso, si desplazamos la secuencia anterior un bit a la derecha (circular, es decir el último bit pasa a la posición izquierda) obtenemos la siguiente secuencia:

$$p(n-1) = \{-1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1\}$$

Si ahora realizamos el producto de las dos secuencias bit a bit, observaremos que el resultado tiene 16 dígitos igual a –1 y 15 dígitos igual a 1. La suma de todas las contribuciones es, pues, de un total de –1. Podemos comprobar que este curioso resultado se mantiene para cualquier otro desplazamiento de la secuencia.

La función de autocorrelación de las secuencias $p(t)$ utilizadas en los moduladores por secuencia directa puede obtenerse fácilmente a partir del resultado anterior. En efecto, la secuencia $p(t)$ es la versión analógica de las secuencias $p(n)$ que hemos analizado. En este caso, cada bit de la secuencia se transforma en un pulso rectangular de duración T_c y amplitud +1 o –1, en concordancia con el valor de $p(n)$. Así pues, para valores de t que sean múltiplos de T_c obtendremos el mismo resultado para la correlación analógica que para la discreta, simplemente que los valores bipolares se sustituyen por pulsos de duración T_c, con lo que aparece un factor de escala.

$$R(\tau) = \begin{cases} L \cdot T_c & \text{si} \quad \tau = 0, \pm LT_c, \pm 2LT_c, \ldots \\ -T_c & \text{si} \quad \tau = \pm T_c, \pm 2T_c, \pm 3T_c, \ldots \pm (L-1)T_c \end{cases}$$

Para el resto de valores de t, los valores de la autocorrelación de $p(t)$ estarán en la línea que une los puntos calculados por la ecuación anterior, como se puede ver en la figura 18, que ilustra la función de autocorrelación analógica de la secuencia $p(t)$ generada a partir de una secuencia de máxima longitud de período L.

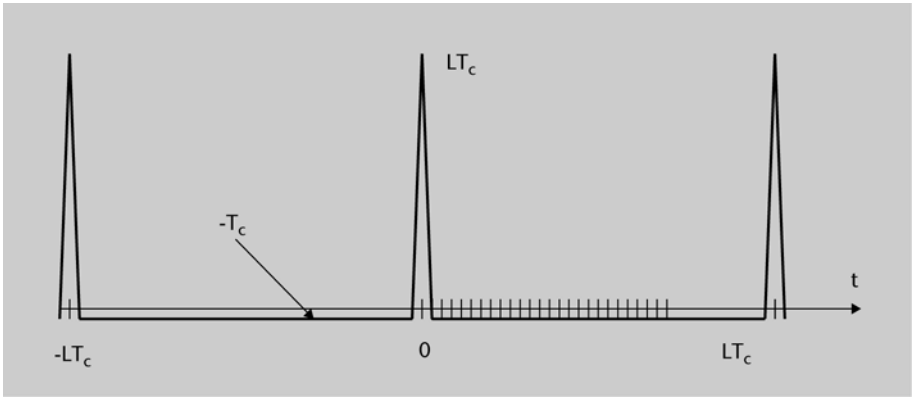


Figura 18. Ejemplo de la autocorrelación analógica de una secuencia pseudoaleatoria de periodo LT_c.

Resulta interesante comparar la función de autocorrelación que hemos obtenido con la que tendríamos en el caso de que las secuencias fueran puramente aleatorias. La diferencia es la repetición periódica de la función de autocorrelación. Esta repetición se debe a la propia repetición de la secuencia PN. Para una secuencia puramente aleatoria no podríamos encontrar ningún periodo de repetición. Veremos que, en la práctica, el periodo de repetición de la secuencia puede aprovecharse para sincronizar el receptor. El hecho de que la secuencia presente un valor elevado de la autocorrelación de forma periódica nos facilita buscar el sincronismo, ya que el número de posibles fases relativas a testear es finito. Otra diferencia importante es que el valor de la autocorrelación para cualquier desfase de la secuencia es –1 ($-T_c$ en el caso analógico), cuando debería ser nulo si la secuencia fuera puramente aleatoria. Observad que esta diferencia tiene relativamente poca importancia si el valor de L aumenta, ya que, en la práctica, la relación que nos interesa es la que existe entre el valor máximo y el valor mínimo de la función de autocorrelación.

3.5. Correlación cruzada entre secuencias PN

Hemos visto que, para las secuencias de máxima longitud, la relación entre los dos valores es igual al inverso de la longitud de la secuencia 1/L, hecho que produce valores aceptables cuando la longitud de las secuencias es grande. Por lo tanto, podemos afirmar que estas secuencias tienen buenas propiedades de autocorrelación. Sin embargo, otra propiedad deseable de las secuencias PN es que la correlación cruzada que hay entre dos secuencias PN diferentes sea tan baja como sea posible. En algunas aplicaciones, como en sistemas de multiplexado por código que veremos más adelante, el receptor puede recibir varias señales DS que han sido moduladas con diferentes secuencias PN. En este caso, para que el receptor pueda discriminar entre la secuencia PN deseada y otra secuencia cualquiera, tendremos que tener correlaciones bajas entre ellas. Hemos visto que, para las secuencias de máxima longitud, la relación entre ambos valores es igual al inverso de la longitud de la secuencia $1/L$, lo que produce valores aceptables cuando la longitud de las secuencias es grande. No obstante, otra propiedad deseable es que la correlación cruzada que existe entre dos secuencias PN distintas sea lo más baja posible. En algunas aplicaciones el receptor puede recibir distintas señales DS que han sido moduladas con diferentes secuencias PN*.

*** Por ejemplo, en los sistemas de multiplexación en código que veremos más adelante.**

En este caso, para que el receptor pueda discriminar entre la secuencia PN deseada y otra secuencia cualquiera deberemos tener correlaciones bajas entre ellas.

Desafortunadamente, las secuencias de máxima longitud presentan muy malas propiedades de autocorrelación entre ellas. Si cogemos dos secuencias PN de máxima longitud, generadas con estructuras diferentes pero de la misma longitud, pueden obtenerse valores de correlación cruzada muy importantes en algunos desfases entre las dos secuencias de máxima longitud. En la tabla 2 se muestra un resumen de los valores máximos de correlación cruzada que pueden obtenerse entre secuencias. La tabla muestra el valor de *r*, la longitud de la secuencia, el número de secuencias de máxima longitud distintas que existen para esta longitud de secuencia, el valor máximo de la correlación cruzada entre estas secuencias y el valor normalizado (con respecto a la autocorrelación de la secuencia en su origen). Como se puede ver, la correlación cruzada normalizada puede ser mayor de 0,3 (por ejemplo, toma el valor 41/127 para secuencias de longitud 127). Como alternativa a las secuencias de máxima longitud, se proponen otras secuencias, como las de Gold, descritas en el párrafo siguiente, para las que también se muestran los valores de correlación en la tabla 2.

r	$L = 2^m - 1$	Número de secuencias	Pico de correlación R_{max}	$R_{max}/R(0)$	Gold R_{max}	Gold $R_{max}/R(0)$
3	7	2	5	0,71	5	0,71
4	15	2	9	0,60	9	0,6
5	31	6	11	0,35	9	0,29
6	63	6	23	0,36	17	0,27
7	127	18	41	0,32	17	0,13
8	255	16	95	0,37	33	0,13
9	511	48	113	0,22	33	0,06
10	1023	60	383	0,37	65	0,06
11	2047	176	287	0,14	65	0,03
12	4095	144	1407	0,34	129	0,03

Tabla 2. Tabla comparativa entre la correlación cruzada de secuencia de máxima longitud, y secuencias de Gold.

El problema de la elevada correlación cruzada entre las secuencias de máxima longitud ha sido tratado por diferentes autores y se han propuesto un buen número de alternativas a estas secuencias. Las primeras soluciones proceden de Kasami (1966) y Gold (1967). Las secuencias de Gold son particularmente interesantes, ya que se obtienen a partir de secuencias de máxima longitud. La idea básica consiste en utilizar dos generadores de secuencias de máxima longitud para construir una nueva secuencia cuyo resultado es la adición en módulo 2 de las secuencias obtenidas por cada generador. La estructura se muestra en la figura 19. Gold analizó las propiedades que debían tener las secuencias de máxima longitud elegidas para que las correlaciones cruzadas entre las secuencias obtenidas de esta forma fueran lo más bajas posibles y demostró que era posible acotar el valor máximo de la co-

Lectura complementaria

R. Gold (1967, octubre). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pág. 619-621).

T. Kasami (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory*. Universitat d'Illionois, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574).

rrelación cruzada (normalizado respecto al máximo) de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\|R_{cc}(\tau)\| < \frac{t}{2^r - 1} \quad \text{donde} \quad t = \begin{cases} 2^{\frac{r+1}{2}} + 1 & \text{si } r \text{ impar} \\ 2^{\frac{r+2}{2}} + 1 & \text{si } r \text{ par} \end{cases}$$

Una propiedad muy importante de las secuencias de Gold es que con una misma estructura (como la de la figura 19) pueden obtenerse hasta $2^r + 1$ secuencias distintas, que dependen del contenido inicial de los registros de desplazamiento entre las dos secuencias. Así, es posible cambiar de una secuencia a otra simplemente modificando la palabra de inicialización de uno de los dos registros de desplazamiento. Esta propiedad será muy importante con múltiples usuarios cuando el acceso al canal se haga mediante una técnica de espectro ensanchado. Como se verá al final del módulo, explotando las buenas propiedades de correlación cruzada entre códigos, podremos diseñar sistemas en los que cada usuario, manteniendo la misma estructura para generar las secuencias pseudoaleatorias, pueda seleccionar una secuencia u otra cambiando los valores de inicialización de los registros de desplazamiento, lo que permitirá una mínima interferencia entre los usuarios.

Las secuencias de Gold también tienen sus inconvenientes, ya que modificar la estructura del generador, con el objeto de garantizar que la correlación cruzada sea baja, afecta a la autocorrelación, que toma valores superiores al de las secuencias de máxima longitud. No obstante, afortunadamente la autocorrelación no es excesivamente elevada y es posible demostrar que también está acotada por la ecuación anterior.

Nota

Las secuencias PN vistas en este apartado (Gold, Kasami o máxima longitud) se utilizan en aplicaciones civiles, pero no en aplicaciones militares, puesto que pueden ser reproducidas con facilidad a partir de unas cuantas muestras. En efecto, solamente conociendo $2r - 2$ bits consecutivos de la secuencia se pueden plantear sistemas de ecuaciones con las recursiones de las figuras 12 y 13, y determinar los $r - 2$ coeficientes de conexión y los r valores iniciales de los registros de desplazamiento. Para evitar este problema, en sistemas militares y, en general, en aplicaciones en las que la encriptación es crítica, se acostumbran a utilizar funciones no lineales con memoria que combinan los valores de los registros de desplazamiento.

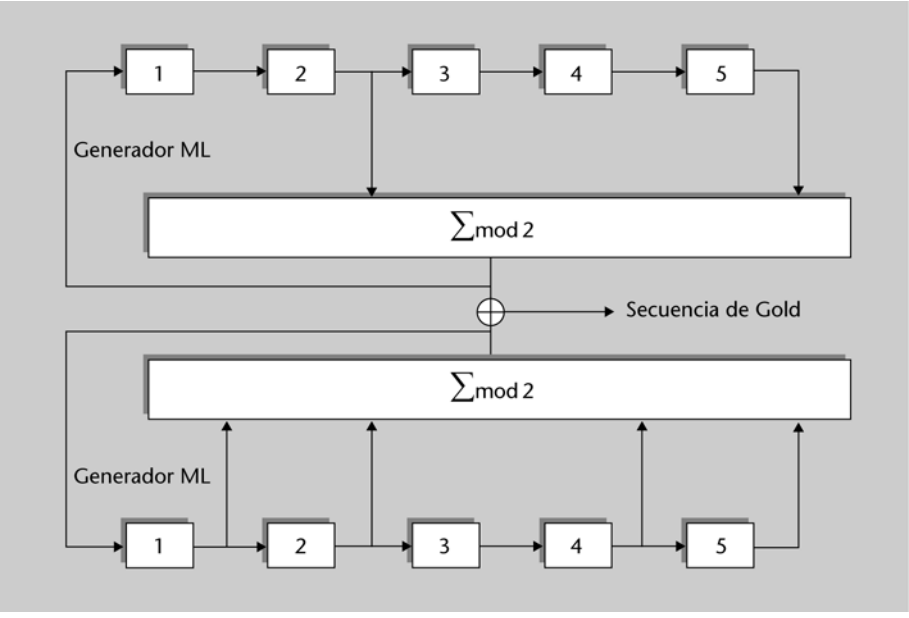


Figura 19. Generación de las secuencias de Gold a partir de secuencias de máxima longitud.

4. Secuencias pseudoaleatorias: sincronización

Las técnicas de espectro ensanchado se basan en que la señal transmitida depende simultáneamente de los datos y de las secuencias pseudoaleatorias que los modulan. Como ya hemos visto, para sacar partido de este sistema es necesario que el receptor disponga de una réplica exacta de la secuencia con la que se ha transmitido la señal deseada. El receptor debe encargarse de mantener su réplica perfectamente sincronizada con la señal de llegada pues, en caso contrario, la baja autocorrelación entre las dos secuencias provocaría que la señal deseada fuera tratada como una interferencia.

Esta baja correlación, que justifica la necesidad de un buen sincronizador, a la vez facilita la tarea de diseño del sincronizador. Como veremos, la mayor parte de los métodos para la sincronización del receptor en sistemas de modulación por secuencia directa utilizan las propiedades de la autocorrelación y la correlación cruzada de las secuencias PN. Esencialmente, el objetivo de un sincronizador es detectar cuándo la réplica de la secuencia que está generando el receptor está altamente correlada con la señal recibida, lo que significa que las dos frecuencias están próximas a la sincronización. Para que esta estrategia general funcione correctamente, las secuencias utilizadas han de presentar una diferencia significativa entre el valor de su autocorrelación en cualquier desfase y el valor de la autocorrelación en el origen, condición que, como hemos visto en el apartado anterior, queda garantizada en las secuencias PN típicamente utilizadas.

El hecho de que las secuencias pseudoaleatorias deban tener periodos de repetición largos para que presenten buenas propiedades aleatorias complica el problema de la sincronización ya que a menudo requerirá tiempo.

El proceso de sincronización se compone de dos partes:

1) Adquisición. Se realiza una búsqueda de la señal de llegada con la referencia del oscilador hasta que se considera que ambas señales están más o menos sincronizadas.

2) Seguimiento. Es el bloque encargado de realizar el ajuste fino entre la fase de las dos señales y, a su vez, de mantener esta sincronización a lo largo del tiempo.

En la figura 20 se muestra un diagrama de bloques con la interconexión entre ambos subsistemas. El bloque de control del sincronismo es el encargado de coordinar los diferentes subsistemas. Cuando se recibe una señal se pone en funcionamiento el módulo de adquisición que se encargará de enganchar en fase la secuencia de llegada con la del oscilador local*. Cuando ambas secuen-

*** Por alguno de los métodos que se estudiarán posteriormente.**

cias están más o menos alineadas, la unidad de control desconecta el módulo de adquisición y conecta el subsistema de seguimiento. En algunos sistemas, la transmisión de datos no se inicia hasta después de un tiempo prudencial para que la secuencia haya sido correctamente adquirida.

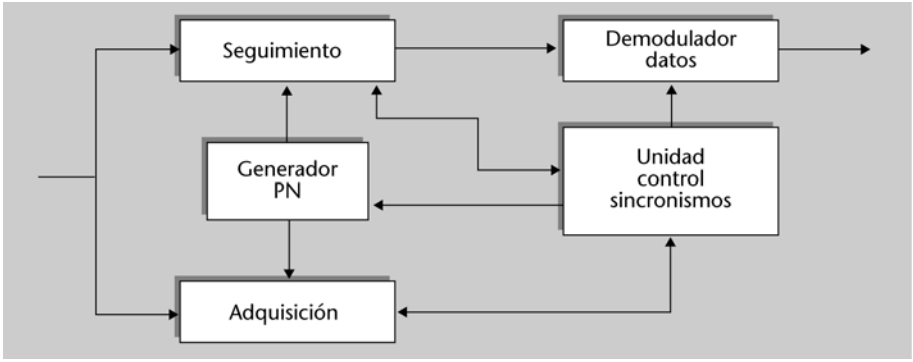


Figura 20. Interconexión entre los distintos subsistemas de sincronismo.

4.1. Unidades de adquisición

Las unidades de adquisición pueden clasificarse en diferentes tipos en función de la estrategia seguida en la búsqueda del código de la señal recibida:

- Filtros adaptados o estructuras correladoras pasivas.
- Estructuras correladoras activas de búsqueda en serie.
- Métodos estimadores de secuencias.
- Métodos mixtos.

Las estructuras de correladores pasivos o filtros adaptados son unidades muy rápidas y seguras pero de gran complejidad computacional, mientras que los correladores activos son unidades más sencillas en las que el tiempo de adquisición puede resultar grande. Los métodos de estimación combinan poca carga computacional sencillez con rapidez, pero sólo pueden ser usados en escenarios libres de interferencias y con poco ruido blanco.

La elección de un tipo determinado de unidad de adquisición depende de las necesidades del sistema de comunicación. Así, en un sistema de comunicación militar, donde las comunicaciones suelen ser cortas y repetidas, es necesario que la sincronización sea adquirida con rapidez por lo que deberán usarse las estructuras correladoras pasivas. En cambio, en otros sistemas el tiempo de adquisición puede no resultar tan crítico y puede resultar aceptable esperar unos segundos para enganchar al arrancar el sistema, como un terminal móvil o un ordenador portátil. En estos casos, pueden utilizarse sistemas de adquisición basados en *software* que implementan estructuras correladoras activas.

4.1.1. Estructuras correladoras pasivas

En la estructura de la figura 18 el receptor dispone de la secuencia código $p(t)$ y $2N_c - 1$ retardos de la misma espaciados $T_c/2$, donde N_c es la longitud de la secuencia y $R = 1/T_c$ su velocidad.

La señal de llegada se correla durante un tiempo λT_c con cada una de estas secuencias y da lugar a las salidas $v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{2N-1}$. Posteriormente, un comparador analiza cuál es el valor más elevado (en valor absoluto) de estas salidas y, por lo tanto, determina la fase apropiada de la secuencia código que deberemos suministrar a la unidad de seguimiento. La idea es que la secuencia recibida estará aproximadamente en fase con alguna de las réplicas de la secuencia del receptor. En este caso, el resultado del producto, al integrarlo durante el tiempo de chip, tendrá un valor absoluto elevado. Si las secuencias no están correladas, el integrador observará un conjunto de bits aleatorio, por lo que el resultado de la integral será bajo.

El tiempo necesario para la adquisición es λT_c, suponiendo que no se cometen errores y que no deberemos repetir la adquisición. Al aumentar λ disminuye la probabilidad de que la fase entregada por la unidad de adquisición sea errónea y, por lo tanto, debe elegirse como un compromiso entre un tiempo de adquisición corto y una probabilidad de sincronización grande.

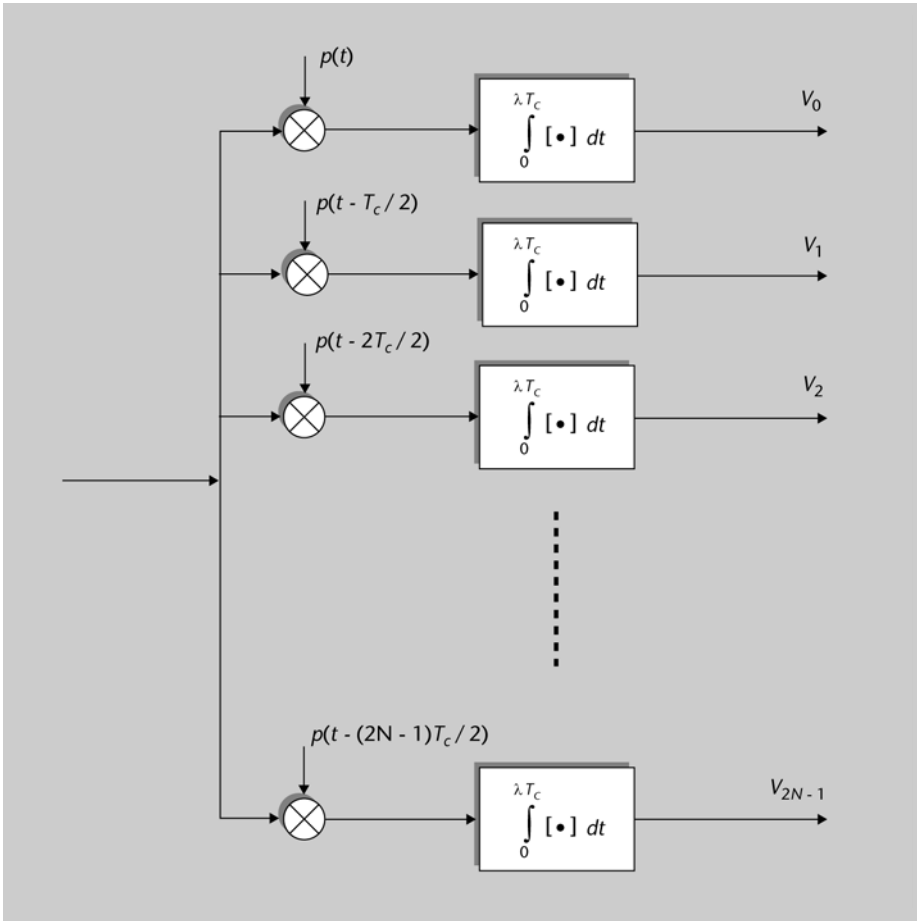


Figura 21. Estructura correladora pasiva para la adquisición de señales DS.

El tiempo medio de adquisición de la señal puede calcularse suponiendo que después de correlar durante λT_c segundos la probabilidad de que la detección sea correcta es de $P_{D.}$ Si seleccionamos la salida incorrecta deberemos volver a repetir la correlación durante λT_c segundos adicionales. Así, el tiempo medio de adquisición viene dado por:

$$T_{adq} = \lambda T_C \cdot P_D + 2\lambda T_C \cdot P_D \cdot (1 - P_D) + 3\lambda T_C \cdot P_D \cdot (1 - P_D)^2 + \ldots$$
$$= \lambda T_C \cdot P_D \left(\sum_{n=1}^{\infty} n(1 - P_D)^{n-1} \right) = \lambda T_C / P_D$$

El sistema descrito puede adquirir la secuencia rápidamente aunque el número de correladores necesarios sea muy grande, por lo que las unidades de adquisición son caras y de gran tamaño. El número de correladores necesarios aumenta linealmente con la longitud de la secuencia.

4.1.2. Estructuras correladoras activas de búsqueda serie

Estas estructuras utilizan un único correlador para comprobar si la secuencia generada en el oscilador está aproximadamente alineada con la de llegada. En caso afirmativo, dan por buena la adquisición y ceden el control del sincronismo a la unidad de seguimiento. Si, por el contrario, la adquisición no se da por buena, desfasan la señal del oscilador local una fracción de bit para comprobar si la nueva secuencia está correlada con la de llegada.

En la figura 22 se presenta uno de estos circuitos para señales DS. El sistema calcula la correlación parcial entre la señal recibida y la señal interna del generador PN. El tiempo de integración es un parámetro del sistema. En nuestro caso podemos suponer que $t = \lambda T_C$, es decir, un determinado número de periodos de chip. Si la salida del correlador (en valor absoluto) no supera el umbral después del tiempo preestablecido, se inhibe la generación de un pulso de reloj en el generador PN, por lo que esta secuencia se desfasará con la de llegada. El proceso se repite hasta que se produce la sincronización.

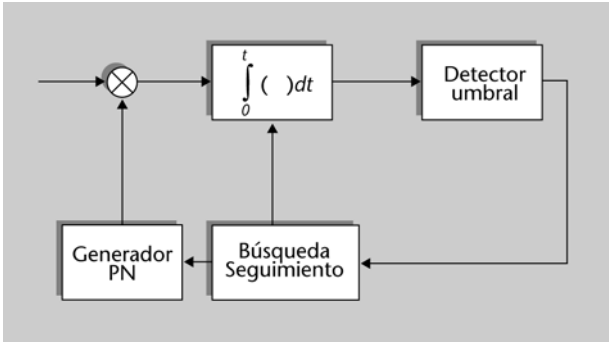


Figura 22. Estructura correladora activa para señales DS.

El tiempo medio necesario para adquirir el sincronismo, suponiendo que cada vez desplazamos medio chip el generador PN y que no se produce ningún error de detección, es:

$$T_{adq} = \frac{L}{2}(\lambda)T_C \ ,$$

Si la longitud de la secuencia es larga, este tiempo resulta mucho mayor que el tiempo empleado por un banco de correladores pasivos. No obstante, en este caso, la complejidad de la estructura no aumenta al crecer la longitud de la secuencia.

La búsqueda del sincronismo en estos sistemas puede acelerarse ligeramente si, en vez de comparar la correlación parcial entre las dos secuencias cada λT_c segundos con un umbral fijo, se va comparando continuamente con un umbral variable. Si la salida del correlador cae en algún momento por debajo del umbral, se considerará que las señales no están alineadas, se desfasará la señal del oscilador local y empezará de nuevo el proceso. Si la salida del correlador se mantiene por encima del umbral durante un tiempo determinado, se dará por buena la adquisición.

4.1.3. Métodos estimadores de secuencias

Estos métodos se basan en observar la señal de llegada durante un cierto número de muestras, lo cual, como la secuencia es conocida, permite calcular el estado actual de la PN de llegada. Posteriormente, se correla la señal de llegada con la estimación y, si el valor resultante es lo suficientemente alto, se da por buena la adquisición. Si no ocurre así, se procede a realizar una nueva estimación de la fase de la secuencia PN de llegada.

Cuando el sistema opera en un escenario en el que no hay ruido ni interferencias, la adquisición es muy rápida, pues basta con observar muy pocas muestras de una PN para que pueda ser generada si se conoce el diagrama de conexiones del módulo generador. Sin embargo, cuando existen ruidos o interferencias significativas en el escenario, el tiempo de adquisición puede llegar a ser muy grande, por lo que este método sólo puede utilizarse en escenarios "fáciles" o bien junto a otros sistemas auxiliares que aceleren la búsqueda (métodos mixtos) o que limpien previamente el escenario de ruidos mediante el uso de otros sistemas.

En la figura 23 se representa uno de estos sistemas junto con la unidad transmisora de la secuencia PN. Inicialmente, para sincronizar el oscilador local con la señal de llegada, el interruptor S se sitúa en la posición (1) durante un tiempo NT_c a fin de cargar las muestras de la señal de llegada en el registro de desplazamiento (suponemos que N es el número de registros de desplazamiento con el que se ha generado la secuencia pseudoaleatoria). Posteriormente, se

conmuta el interruptor en la posición (2), con lo que se cierra el bucle de realimentación y se genera la secuencia PN del oscilador local. En ausencia de ruido e interferencias los registros de desplazamiento del receptor estarán cargados con los mismos valores que los del transmisor por lo que, como ambas conexiones son idénticas, las secuencias estarán sincronizadas. El efecto del ruido será el de introducir una probabilidad de error, tanto más elevada cuanto mayor sea su potencia. Así pues, en presencia de ruido no puede asegurarse que la fase de la secuencia del oscilador local sea la adecuada. Si la señal del oscilador local no está sincronizada con la de llegada, el correlador lo advertirá y conmutará de nuevo a la posición de carga.

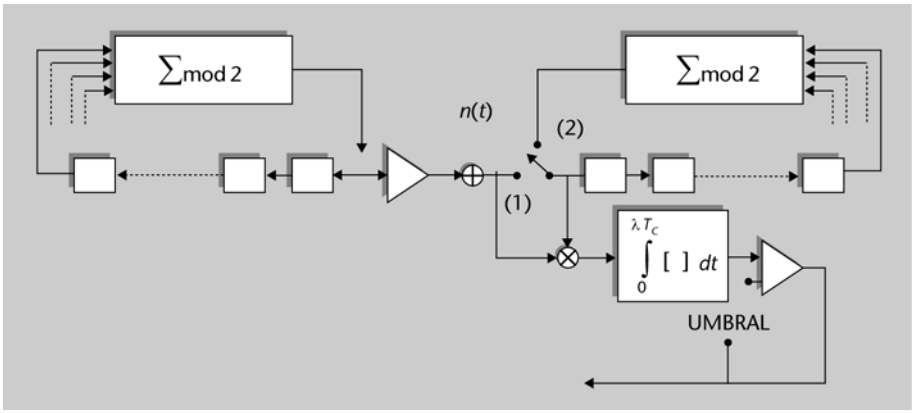


Figura 23. Unidad de adquisición basada en métodos de estimación de secuencias.

4.1.4. Métodos mixtos

Existen unidades de adquisición que combinan algunas de las estructuras anteriores con el fin de acelerar la búsqueda sin necesidad de alcanzar la complejidad de los correladores pasivos. La mayoría de estos métodos combinan estrategias de búsqueda en serie (correladores activos) y en paralelo (correladores pasivos). En la figura 24 se representa un circuito mixto que suele usarse con secuencias PN largas. La filosofía del circuito se basa en esperar a realizar la búsqueda hasta que en la entrada aparezca una secuencia determinada, próxima a la carga inicial del oscilador local y entonces conectar un correlador activo. La secuencia se busca con un filtro adaptado a la misma y debe incluirse un banco de correladores en cola de espera para que, si aparece la secuencia mientras uno de ellos está operando, exista otro disponible que pueda realizar la adquisición.

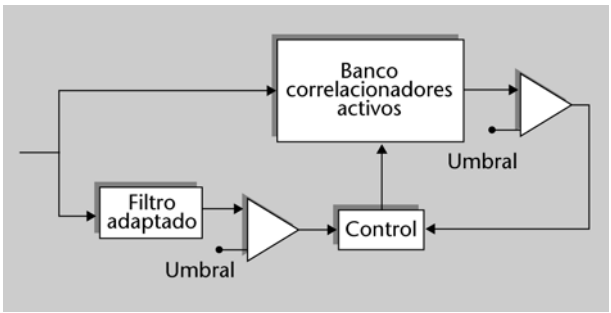


Figura 24. Unidad de seguimiento con técnicas mixtas.

4.2. Unidades de seguimiento

Una vez la unidad de adquisición ha conseguido que la secuencia generada por el oscilador local esté aproximadamente sincronizada con la señal de llegada, se cede el control del sincronismo a la unidad de seguimiento. Observad que la unidad de adquisición sólo tiene capacidad para modificar la fase de la PN del oscilador local a intervalos de medio chip, por lo que es de esperar que, cuando la unidad de seguimiento empiece a operar, la secuencia del oscilador local presente un desfase temporal $\tau \leq T_C / 2$ con respecto a la PN de llegada.

La unidad de seguimiento debe minimizar este valor de τ, ya que los errores de sincronismo (por pequeños que sean) intervienen negativamente en la probabilidad de bit erróneo del sistema. En efecto, si la secuencia del oscilador local presenta un retardo τ respecto a la secuencia de llegada entonces la señal de entrada al demodulador es:

$$r(t) = p(t) \cdot p(t+\tau) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) \ .$$

En vez de:

$$r(t) = p^2(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) = d(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) \ .$$

Teniendo en cuenta que $p(t) \cdot p(t+\tau) \neq p^2(t)$, no se podrá descodificar la señal $d(t)$ de forma completa. El demodulador extraerá la portadora y el promedio de $p(t) \cdot p(t+\tau) \cdot d(t)$. Por ello, la amplitud de los datos se ve reducida en un factor $R(\tau) = E\left[p(t) \cdot p(t+\tau)\right]$ aumentando, en consecuencia, la probabilidad de error del sistema. Hará falta que $\tau \approx 0$ para optimizar el sistema.

En la figura 25 se muestra la configuración básica de un bucle de seguimiento para un sistema de espectro ensanchado con señales DS basado en un esquema DLL (*delay-locked loop*). El generador local proporciona tres versiones de la secuencia código: la que supuestamente está perfectamente sincronizada con la secuencia recibida, otra secuencia retrasada medio chip con respecto de la correcta (rama A de la figura) y una tercera secuencia avanzada medio chip con respecto de la correcta (rama B de la figura). El planteamiento del algoritmo sincronizador está basado en la simetría de la función de autocorrelación y trabaja tal como sigue: cuando la señal esté perfectamente sincronizada, las señales en las ramas A y B serán iguales y, por lo tanto, no hará falta ningún tipo de corrección en la fase de la secuencia PN; por el contrario, cuando la señal no esté perfectamente sincronizada, las ramas A y B estarán desbalanceadas (la señal en una rama será mayor que en la otra) y un sistema en lazo cerrado corregirá la fase de la secuencia PN en la dirección correcta para balancear las dos ramas A y B.

Por simplicidad en el análisis, supondremos que estamos en banda base (no tendremos en cuenta la portadora) y que nos hallamos en un escenario sin ruido y sin interferencias. En este caso, la señal recibida será:

$$r(t) = A \cdot p(t) \cdot d(t) \ .$$

Por lo tanto, las señales en los canales A y B serán respectivamente:

$$v_A(t) = p(t) \cdot p(t + \tau + T_c/2) \cdot d(t)\ ,$$
$$v_B(t) = p(t) \cdot p(t + \tau - T_c/2) \cdot d(t)\ .$$

El integrador promediará estas señales en una ventana de duración λT_c y el detector de envolvente (módulo de elevar al cuadrado) eliminará la información útil (ya que $d(t)$ = +/– 1). En consecuencia, las señales en la entrada del sumador serán:

$$W_A(\tau) = p(t) \cdot p(t + \tau + (T_C/2))$$
$$W_B(\tau) = p(t) \cdot p(t + \tau - (T_C/2))$$

Las cuales, si la ventana en la que actúa el correlador es lo suficientemente ancha, pueden aproximarse por:

$$W_A(\tau) = R_P\left(\tau + \frac{T_C}{2}\right)$$
$$W_B(\tau) = R_P\left(\tau - \frac{T_C}{2}\right)$$

en la que $R_P(\tau)$ es la autocorrelación de la secuencia $p(t)$. La salida del sumador será

$$s(\tau) = R_P\left(\tau - \frac{T_C}{2}\right) - R_P\left(\tau + \frac{T_C}{2}\right).$$

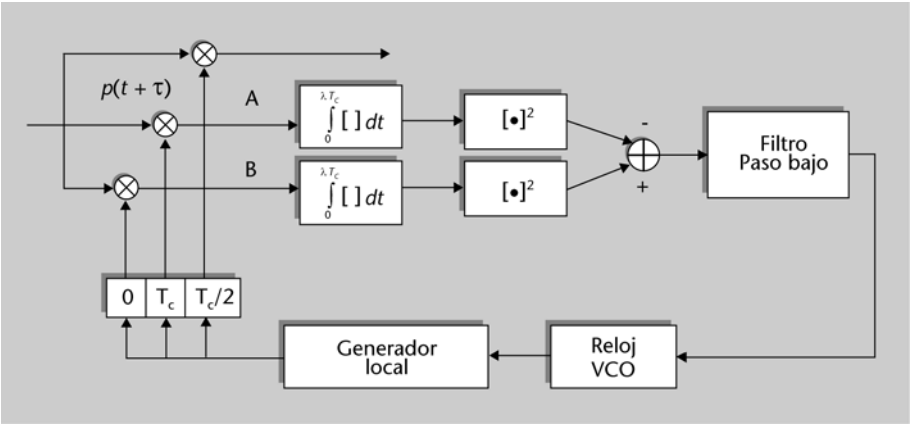


Figura 25. Bucle de seguimiento de señales DS basado en DLL (*Delay Locked Loop*).

Para ver cómo actúa el bucle supongamos que $\tau > 0$, es decir, que la secuencia del oscilador local $p(t + \tau)$ está retardada respecto a la señal de llegada $p(t)$.

En efecto en la figura 23 se representa el valor absoluto de autocorrelación de una secuencia PN. En este gráfico se observa que, si $\tau > 0$, la salida del sumador es positiva $s(\tau) > 0$, y el bucle aplicará una tensión positiva al VCO, que aumentará la frecuencia de generación de la PN y tenderá a disminuir el

valor de τ para conseguir el sincronismo. Análogamente, se puede ver que si $\tau < 0$, $s(\tau) < 0$, con lo que disminuirá la frecuencia del oscilador local y la secuencia tenderá a alinearse con la señal recibida.

Con lo cual se aplicará una tensión positiva al VCO, que aumentará la frecuencia de generación de la PN y tenderá a disminuir el valor de τ.

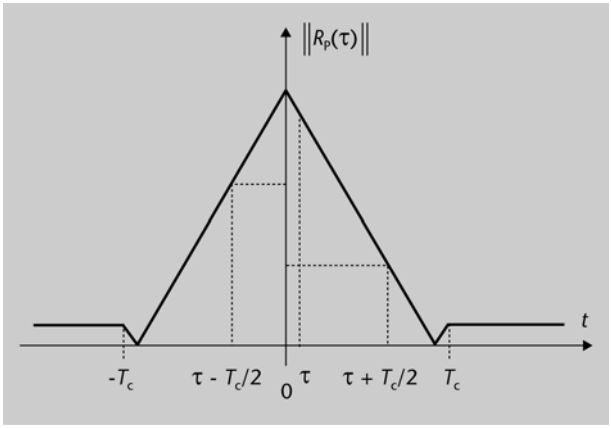


Figura 26. Valor absoluto de la autocorrelación de una secuencia de máxima longitud.

Esta unidad de seguimiento puede usarse con muy poca *circuitería* adicional para implementar simultáneamente la unidad de adquisición. En la figura 27 se muestra la unidad de sincronización completa, con los lazos de adquisición y de seguimiento. Se observa que con las salidas de los canales A y B se ha formado ahora un nuevo canal que será el encargado de la adquisición.

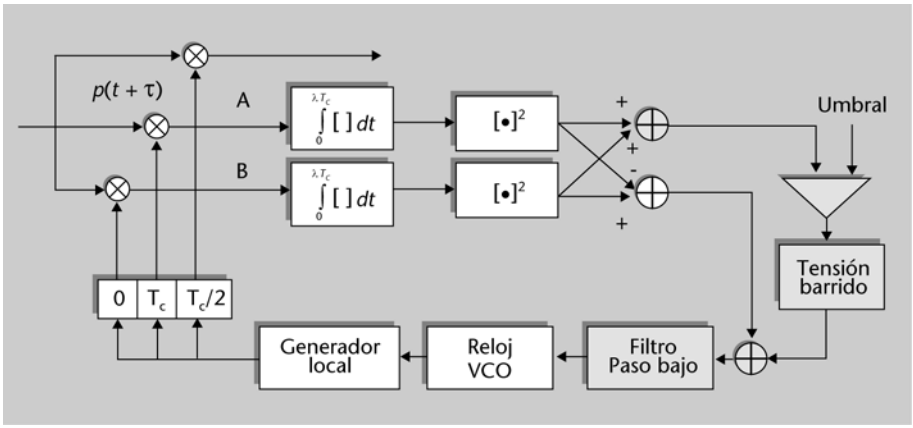


Figura 27. Unidad de adquisición completa basada en el bucle de seguimiento de la figura 22.

Cuando la señal de llegada no esté sincronizada con el oscilador local, las salidas de los canales A y B se mantendrán a bajo nivel, por lo que el canal suma no superará el umbral y se aplicará una tensión constante al VCO. Esta tensión elevará la frecuencia de la secuencia que generamos. La mayor velocidad de la secuencia local provocará que pasado un tiempo ambas secuencias empiecen a estar alineadas. Este hecho será advertido por los correladores que detectarán un incremento en la correlación. Cuando la correlación sea elevada la salida

del canal suma superará el umbral, con lo que dejará de aplicarse la tensión constante a la entrada del VCO y la frecuencia del generador pasará a ser controlada únicamente por el canal diferencia, en la forma estudiada anteriormente.

Suponiendo que no se comenten errores, el tiempo de adquisición máximo viene dado por:

$$T_{adq} = \frac{L}{f_{OL} - f_0} .$$

Donde L es la longitud de la secuencia, f_{OL} es la velocidad de la secuencia del oscilador local en modo de adquisición y f_0, la velocidad de la PN de llegada.

Como se ve en la ecuación, el tiempo de adquisición disminuye al aumentar la diferencia entre las dos velocidades, pero también provoca que aumente la probabilidad de que el correlador no pueda detectar el instante en el que ambas señales están sincronizadas.

5. Cálculo de la probabilidad de error en sistemas DS

En este apartado desarrollaremos con cierto detalle el cálculo de la probabilidad de error en un sistema de modulación por secuencia directa. Aunque la mayoría de los resultados ya han sido presentados de forma cualitativa en apartados anteriores, es interesante analizarlos desde un punto de vista más riguroso y formal.

Con el fin de simplificar el desarrollo teórico se realizarán las siguientes suposiciones:

- El sistema trabaja en banda base y, por lo tanto, podemos suponer que la señal transmitida será $s(t) = A_c\ d(t)p(t)$. No existe pérdida de generalidad por el hecho de realizar los cálculos de probabilidad de error en banda base.
- La secuencia $p(t)$ del receptor está perfectamente sincronizada con la señal de llegada.
- La secuencia $p(t)$ es aleatoria. En los apartados anteriores hemos visto que, aunque las secuencias $p(t)$ sean generadas de forma determinista, sus propiedades se ajustan a las de una secuencia pseudoaleatoria, por lo que esta suposición es válida.

Determinaremos la probabilidad de error en los siguientes casos:

- Presencia de ruido blanco.
- Presencia de interferencias.

5.1. Presencia de ruido blanco

Si tenemos un ruido blanco gaussiano de densidad espectral $\eta_0 / 2$ en la entrada del receptor, entonces la señal recibida es:

$$r(t) = A_c d(t) \cdot p(t) + n(t)$$

Al multiplicar la señal recibida por el código $p(t)$ se obtiene:

$$r(t) \cdot p(t) = A_c d(t) + n(t) \cdot p(t) = A_c d(t) + n_1(t)$$

El espectro de potencia $n_1(t)$ puede calcularse como la transformada de Fourier de su autocorrelación. Así pues, si calculamos la autocorrelación de $n_1(t)$ tenemos:

$$R_n(\tau) = E\left[n_1(t) \cdot n_1(t+\tau)\right] = E\left[n(t) \cdot n(t+\tau) \cdot p(t) \cdot p(t+\tau)\right] =$$
$$= E\left[n(t) \cdot n(t+\tau)\right] \cdot E\left[p(t) \cdot p(t+\tau)\right] = \frac{\eta_0}{2}\delta(\tau) \cdot E\left[p(t) \cdot p(t)\right]$$

Si $p(t)$ está normalizada a la unidad tendremos:

$$R_n(\tau) = \frac{\eta_0}{2} \cdot \delta(\tau) \ .$$

Por lo que $n_1(t)$ es también un ruido blanco gaussiano de densidad espectral $\eta_0 / 2$.

Podemos calcular también la señal en la salida del integrador de receptor:

$$r_d = \int_0^{T_b} \left(A_c d(t) + n_1(t)\right) \cdot dt = A_c \cdot d_1 \cdot T_b + \int_0^{T_b} n_1(t) dt = A_c \cdot d_1 \cdot T_b + n_d \ ,$$

donde d_1 depende del valor del bit de información, que puede tomar el valor +1 o –1, y n_d es una nueva variable aleatoria que se obtiene como resultado de integrar $n_1(t)$. El resultado de la integración puede considerarse como la suma de múltiples variables aleatorias, por lo que, en virtud del teorema central del límite, obtendremos una nueva variable aleatoria gaussiana. El valor medio de la nueva variable aleatoria es cero y su varianza puede calcularse como:

$$\text{var}\left[n_d\right] = E\left[\left(\int_0^{T_b} n_1(t)dt\right) \cdot \left(\int_0^{T_b} n_1(\tau)d\tau\right)\right] = E\left[\int_0^{T_b}\int_0^{T_b} n_1(t) \cdot n_1(\tau) \cdot dt \cdot d\tau\right] =$$

$$= \int_0^{T_b}\int_0^{T_b} E\left[n_1(t) \cdot n_1(\tau)\right] \cdot dt \cdot d\tau = \int_0^{T_b}\int_0^{T_b} \frac{\eta_0}{2}\delta(t-\tau) \cdot dt \cdot d\tau = \int_0^{T_b} \frac{\eta_0}{2} \cdot d\tau = \frac{\eta_0}{2} \cdot T_b$$

Una vez tenemos caracterizada la componente de señal y la componente de ruido en la salida del integrador (ved la ecuación anterior), podemos calcular la probabilidad de error (asumiendo que los símbolos '+1' o '–1' son equiprobables):

$$P_e = \frac{1}{2} p(error|+1) + \frac{1}{2} p(error|-1) = p(error|+1) = p(error|-1) \ .$$

Para calcularla supondremos que se ha transmitido $d_1 = -1$:

$$p(error|d_1 = -1) = p(r_d > 0) = p(-A_c T_b + n_d > 0) = p(n_d > A_c T_b) =$$

$$= p\left(\frac{n_d}{\sigma_{n_d}} > \frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) \int_{\frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}}}^{\infty} \exp(-\frac{x^2}{2}) dx$$

$$= Q\left(\frac{A_c T_b}{\sigma_{n_d}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0}}\right)$$

donde se ha utilizado que:

$$\sigma_n{}^2 = \eta_0 T_b / 2 \quad \text{y} \quad E_b = A_c^2 T_b \ .$$

Por lo que finalmente podemos escribir:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0}}\right).$$

que coincide con la probabilidad de error de un sistema de comunicación digital que no utilice la técnica de espectro ensanchado, lo que nos confirma que esta técnica no puede combatir el ruido blanco pero que tampoco degrada sus prestaciones.

5.2. Presencia de interferencias

En primer lugar, vamos a suponer que la interferencia es un tono centrado en la frecuencia portadora de la señal deseada, por lo que la señal banda base que recibimos será:

$$r(t) = A_c d(t) p(t) + n(t) + I \ .$$

Y la señal en la salida del integrador (figura 7):

$$r_d = A_c T_b d_1 + n_d + \int_0^{T_b} I \cdot p(t) \cdot dt = A_c T_b d_1 + n_d + X_I \ .$$

La componente debida a la interferencia puede descomponerse en:

$$X_I = I \int_0^{T_b} p(t) \cdot dt = I\left(\int_0^{T_c} p_1 \cdot dt + \int_{T_c}^{2T_c} p_2 \cdot dt + \cdots + \int_{(L_c-1)T_c}^{L_c T_c} p_{L_c} \cdot dt\right) =$$
$$= I \cdot T_c \cdot \left(\sum_{i=1}^{L_c} p_i\right)$$

donde T_c es el periodo de chip y cada p_i representa los bits de la secuencia $p(t)$ que pueden tomar los valores +1 o –1 con probabilidad 1/2. Suponiendo que la relación de ensanchamiento es grande, el teorema central del límite nos permite aproximar la variable aleatoria X_I por una variable aleatoria gaussiana de media cero y varianza:

$$E\left[X_I^2\right] = I^2 \cdot T_c^2 \cdot E\left[\left(\sum_{i=1}^{L_c} p_i\right)^2\right] = I^2 \cdot T_c^2 \cdot E\left[\sum_{i=1}^{L_c} p_i^2 + 2 \cdot \sum_{i,j=1}^{L_c} p_i \cdot p_j\right] =$$
$$= I^2 \cdot T_c^2 \cdot L_c = \frac{I^2 \cdot T_b^2}{L_c}$$

Si tenemos en cuenta el efecto conjunto del ruido y la interferencia, podemos definir una nueva variable w_d que tiene en cuenta las dos componentes que distorsionan la medida de la señal (30). Así pues, tendremos:

$$r_d = A_c T_b d_1 + n_d + X_I = A_c T_b d_1 + w_d \ ,$$

de manera que la variable w_d es la suma de dos variables aleatorias gaussianas de media cero. Por lo tanto, la nueva variable tendrá media cero y desviación típica:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\eta_0 T_b}{2} + \frac{I^2 T_b^2}{L_c}} \ .$$

Si calculamos la probabilidad de error de forma análoga a como lo hemos realizado para el caso de ruido blanco obtendremos:

$$P_e = Q\left(\frac{A_c T_b}{\sqrt{\frac{\eta_0 T_b}{2} + \frac{I^2 T_b^2}{L_c}}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_0 + \frac{2I^2 T_b}{L_c}}}\right).$$

Este resultado nos confirma que la potencia de la interferencia queda reducida en un factor igual a L_c, la ganancia de procesado.

Notad que ya habíamos obtenido este resultado de forma puramente intuitiva en el apartado 2.3. "Efecto de una interferencia de banda estrecha".

Si la señal interferente es un ruido de banda ancha que ocupa toda la banda útil de la señal ensanchada, entonces el producto de esta señal por la secuencia código ocupará una banda todavía mayor y aparecerá al integrador como un ruido blanco. Entonces la probabilidad de error vendrá dada por:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{(\eta_0 + \eta_{0J})}}\right),$$

donde η_{0J} es la densidad de potencia de la señal interferente en la banda completa, definida como $\eta_{0J} = P_J / W$.

La ecuación anterior nos proporciona una visión conjunta del efecto del ruido y las interferencias en la probabilidad de error del sistema. En sistemas de espectro ensanchado con muchas interferencias, diremos que el sistema está dominado por interferencias. En estos casos podremos considerar el ruido despreciable (frente a las interferencias) y tener sólo en cuenta las interferencias. La ecuación de la probabilidad de error queda:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta_{0J}}}\right).$$

Lo que establece un resultado muy genérico para la probabilidad de error y nos indica la importancia de la relación entre la energía del bit y la densidad de potencia de la interferencia. La relación entre E_b / η_{0J} se utiliza muy a menudo para el diseño de algunos parámetros del sistema.

5.3. Margen de interferencias

En sistemas dominados por interferencias, nos preguntaremos por el máximo nivel de interferencia que el sistema es capaz de tolerar. Vamos a considerar la relación entre E_b / η_{0J} y otros parámetros del sistema con más detalle. Podemos expresar dicha relación como:

$$\frac{E_b}{\eta_{OJ}} = \frac{P_S T_b}{P_I / W} = \frac{P_S / R}{P_I / W} = \frac{W / R}{P_I / P_S},$$

donde P_S y P_I son las potencias de la señal deseada y de la interferencia respectivamente y W y R, las tasas de la secuencia PN y de la información.

En la práctica, al planificar un sistema especificaremos la relación E_b / η_{0J} para prefijar una determinada probabilidad de error. Podemos escribir la ecuación anterior mediante el uso de decibelios como:

$$10 \cdot \log \frac{P_I}{P_S} = 10 \cdot \log \frac{W}{R} - 10 \cdot \log \frac{E_b}{\eta_{OJ}}$$

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right)_{dB} = \left(\frac{W}{R}\right)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{OJ}}\right)_{dB}$$

La relación entre la potencia de la interferencia y la potencia de la señal deseada se conoce con el nombre de *margen de interferencia*, ya que nos indica cuál es el nivel de potencia máximo que puede llegar a tener una interferencia sin que nos produzca una tasa de error superior a la deseada.

Ejemplo

Supongamos que en un determinado sistema de comunicación, con tal de mantener la tasa de error en un nivel aceptable, necesitamos una relación E_b / η_{0J} de 10 dB. Determinad la ganancia de procesado que debemos utilizar para garantizar que tenemos un margen de interferencia de 20 dB.

En este caso, queda claro que si el margen de interferencias debe ser de 20 dB y la relación E_b / η_{0J} es de 10 dB, la relación entre W/R deberá ser de 30 dB. Así pues, la ganancia de procesado, que coincide con esta relación, tendrá un valor de $L_C = W/R = 1.000$.

5.4. Ganancia de codificación y ganancia de procesado

Al introducir códigos de protección de error en una secuencia de datos, también experimentamos un aumento del ancho de banda que nos protege frente a las interferencias y al ruido del canal. Así pues, la ganancia de codificación tiene un papel análogo al de la ganancia de procesado, por lo que podemos rescribir la ecuación del margen de interferencias teniendo en cuenta ambos factores.

La ganancia de codificación se define como:

$$G_C = R_C \cdot d_{\min}^H$$

donde R_C es la tasa del código y $d_{\min}^H$, la distancia mínima de Hamming. Teniendo en cuenta esta expresión, podemos escribir el margen de interferencias como:

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right)_{dB} = \left(\frac{W}{R}\right)_{dB} + (G_C)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{0J}}\right)_{dB}.$$

Ejemplo

Supongamos un sistema de comunicación en el que se necesita una relación E_b/η_{0J} de 15 dB para que la probabilidad de error esté dentro de los límites admitidos. El sistema de codificación utiliza un código con una distancia mínima de Hamming de 3 y una tasa de código de 1/2. La secuencia resultante se modula en DS con una relación de ensanchamiento de 250. Determinaremos los decibelios en los que la potencia de la señal interferente puede superar a la señal deseada.

Debemos determinar los dB asociados a la ganancia de codificación y a la ganancia de procesado:

$$(G_C)_{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{3}{2}\right) = 1{,}76 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{W}{R}\right)_{dB} = 10 \cdot \log(250) = 23{,}97 \text{ dB}$$

El margen de interferencias será por lo tanto de:

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right)_{dB} = 23{,}97 + 1{,}76 - 15 = 10{,}74 \text{ dB}$$

que establece que la señal interferente puede estar 10,74 dB por encima de la señal deseada.

6. Múltiple acceso por división en código (CDMA)

La capacidad de los sistemas de espectro ensanchado de atenuar todas aquellas señales (interferencias) que no vayan adecuadamente codificadas puede aprovecharse para multiplexar varios canales de datos, o usuarios, que compartan la misma banda de frecuencia simultáneamente. La idea básica es la de transmitir simultáneamente varios canales de datos, o la transmisión simultánea de diferentes usuarios a la misma banda de frecuencias, cada uno de los cuales utiliza un código o secuencia PN distinta. En recepción se podrá acceder a un canal (o usuario) determinado utilizando como secuencia desmoduladora la misma secuencia pseudoaleatoria que se usó para hacer la modulación, y el resto de usuarios serán tratados como una interferencia que denominaremos "de acceso múltiple" (MAI, *multiple access interference*). A partir de este planteamiento, entendemos que se pueda hablar de un sistema de acceso múltiple por división de código (CDMA, *code division multiple access*). Según la manera de conseguir la señal de espectro ensanchado, se pueden distinguir dos tipos de acceso múltiple CDMA: el DS-CDMA (si se utiliza una técnica de espectro ensanchado basada en secuencia directa) y el FH-CDMA (si se utiliza una técnica de espectro ensanchado basada en saltos de frecuencia). Esta idea general se ilustra en la figura 28 para los casos de DS-CDMA (arriba) y FH-CDMA (abajo). Para el caso de DS-CDMA, dependiendo del grado de sincronismo entre usuarios, podremos también establecer una clasificación y hablaremos de un sistema síncrono, o cuasisíncrono (Qs-CDMA), cuando exista sincronía entre las secuencias p(t) de todos los usuarios del sistema, y un sistema asíncrono (A-CDMA), cuando no exista esta sincronía.

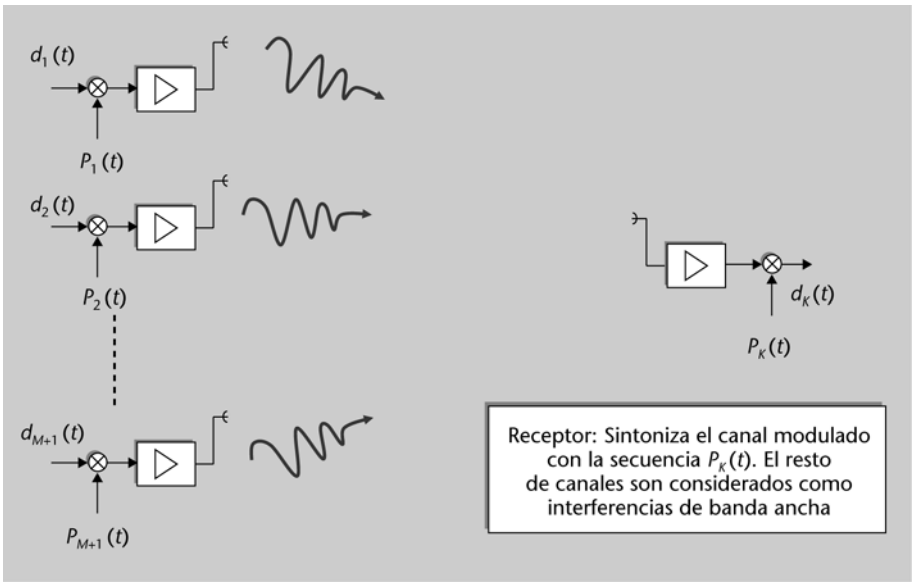
Después del debate sobre las ventajas del TDMA (acceso múltiple por división de tiempo) y el CDMA, en 1993, este último fue aceptado por la Asociación de Industrias de Telecomunicaciones (TIA), y fue el sistema usado en la telefonía móvil norteamericana IS-95. Su homólogo europeo, el GSM, usaba una multiplexación mixta TDMA/FDMA (FDMA, acceso múltiple por división de frecuencia). El CDMA es la técnica empleada en sistemas de telefonía móvil de tercera generación, como UMTS en Europa o IMT-2000 en los Estados Unidos, puesto que permite aumentar el número de usuarios en una misma banda de frecuencias. También es utilizado en comunicaciones por algunos satélites de órbita baja, en los códigos del sistema de posicionamiento GPS y en módems de televisión por cable.

En el caso del DS-CDMA, el uso de la misma secuencia pseudoaleatoria entre el transmisor y el receptor permitirá comprimir el espectro del usuario de interés en la banda de señal de información, mientras que el resto de señales (o usuarios) serán tratados como interferencias de banda ancha. Si la relación de ensanchamiento es lo bastante grande, la mayor parte de la potencia de los canales no sintonizados se puede eliminar por filtrado dejando un residuo de interferencia (MAI).

En el caso del FH-CDMA, los saltos en frecuencia en el receptor están sincronizados con un usuario concreto y, por lo tanto, vamos siguiendo los datos de este usuario como si se transmitieran de forma continua, sin saltos de frecuencia. El resto de usuarios no serán recibidos cuando estén transmitiendo a fre-

cuencias diferentes. Si el número de usuarios es elevado, podría pasar con cierta probabilidad que dos de ellos (o más) transmitieran simultáneamente a la misma frecuencia. En ese caso se produciría una interferencia entre los usuarios que "bloquearía" la comunicación durante un breve lapso de tiempo. Puesto que en los saltos de frecuencia anteriores y posteriores no se producirían interferencias entre estos usuarios, la comunicación a largo plazo estaría garantizada, y la colisión sería tratada como una interferencia (MAI) que degradaría ligeramente las prestaciones (del mismo modo que las degradaría la interferencia en el caso del DS-CDMA).

En los dos casos se trata por lo tanto de un sistema de comunicación en el que varios usuarios pueden compartir el mismo canal y transmitir de forma simultánea en el tiempo y en la misma banda de frecuencias. El criterio que permite separar los usuarios en el receptor es el código de la secuencia pseudoaleatoria con la que se ha realizado la transmisión.



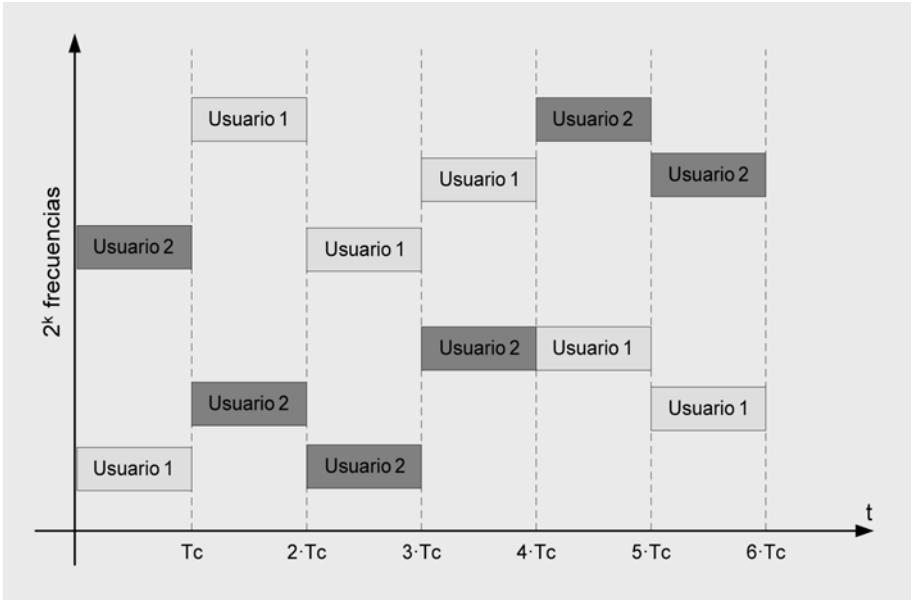


Figura 28. Diagrama genérico de un sistema de múltiples usuarios multiplexados en código. Esquema DS-CDMA (arriba) y FH-CDMA (abajo).

6.1. CDMA síncrono y CDMA cuasisíncrono (Qs-CDMA)

Un sistema CDMA síncrono requiere que las secuencias moduladoras de todos los usuarios del sistema estén perfectamente sincronizadas. La necesidad de este sincronismo recae en el hecho de que se utilizan secuencias moduladoras que son perfectamente ortogonales (correlación cruzada nula) cuando están perfectamente sincronizadas. Desgraciadamente, como veremos a continuación con un ejemplo, estas secuencias tienen muy malas propiedades de correlación cruzada (gran correlación cruzada) cuando no están alineadas (sincronizadas). Por este motivo, será imprescindible garantizar una buena sincronía entre usuarios si no se quiere incurrir en valores muy elevados de interferencia multiusuario (MAI).

Planteémoslo con un ejemplo concreto. Observad que las secuencias $p_1(t)$-$p_4(t)$ de la figura 29 son cuatro secuencias ortogonales, lo que quiere decir que cumplen la propiedad:

$$\int_0^{4T_C} p_i(t) \cdot p_j(t) \cdot dt = \begin{cases} 4T_c & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

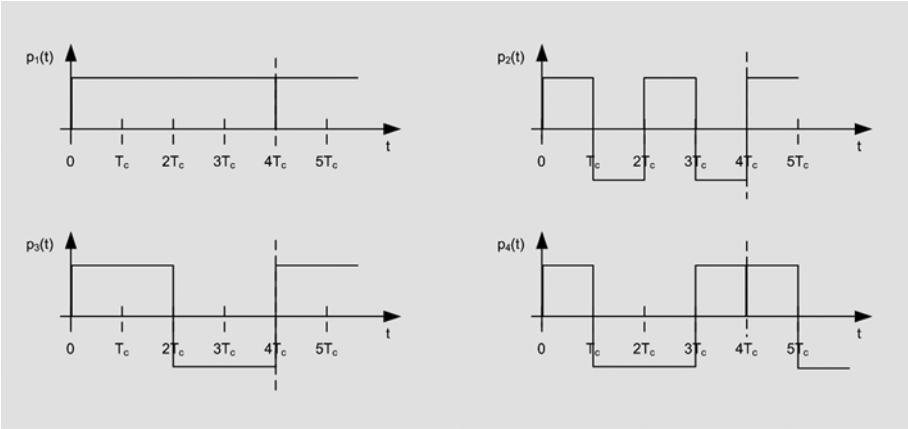


Figura 29. Ejemplo de secuencias ortogonales de longitud 4 chips.

Por lo tanto, a la salida del integrador (figura 7), todos los productos cruzados de $p_i(t) \cdot p_j(t)$ se anularán excepto el del usuario de interés $i = j$. En consecuencia, conseguiremos un sistema sin interferencia (es decir con MAI = 0), puesto que anularemos completamente todos los canales/usuarios excepto el que se quiere descodificar. Para evidenciar la importancia del sincronismo con las secuencias de la figura 29, basta con ver qué pasaría si, por ejemplo, la señal del usuario 4 se retrasase un chip (T_c segundos). En este caso, como se ilustra en la figura 30, es fácil observar que la secuencia moduladora del usuario 3 coincidiría con la del usuario 4 y, por consiguiente, resultaría imposible separar la información de estos dos usuarios (ved la figura de la izquierda). Este fenómeno se evidencia también analizando la correlación cruzada entre las secuencias $p_3(t)$ y $p_4(t)$. En la figura 30, se ve que la correlación cruzada en el origen (sincronismo perfecto) es cero, mientras que la correlación cruzada en T_c segundos (error de sincronismo de T_c segundos) es máxima, lo que genera un nivel excesivo de interferencia de acceso múltiple MAI.

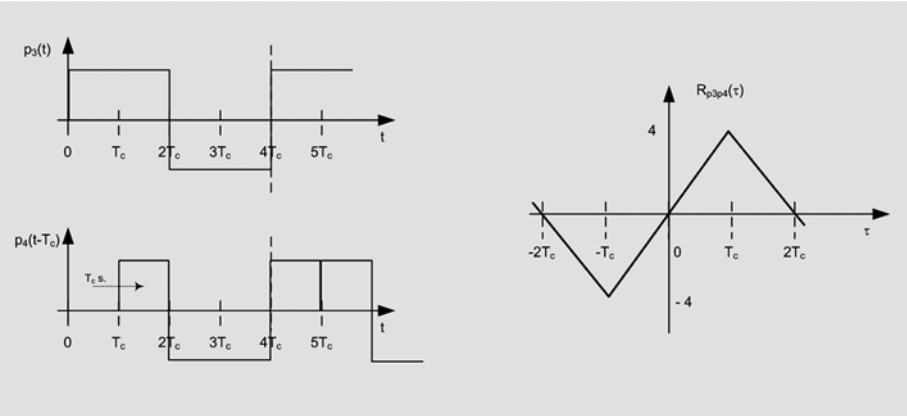


Figura 30. Impacto de un error de sincronismo en un sistema CDMA síncrono. Comparación entre $p_3(t)$ y $p_4(t - T_c)$ (izquierda). Correlación cruzada entre las secuencias $p_3(t)$ y $p_4(t)$ (derecha).

Cuando el acceso múltiple tenga como objetivo transmitir simultáneamente diferentes señales que se generan físicamente en un mismo lugar, resultará factible garantizar un sincronismo (alineamiento) perfecto entre las diferentes secuencias moduladoras. Ahora bien, cuando el acceso múltiple tenga como objetivo transmitir simultáneamente diferentes señales de diferentes usuarios que se generan físicamente en sitios separados, a pesar de que se implemente un sistema de sincronismo entre usuarios, resultará imposible garantizar un sincronismo perfecto y siempre quedará un error de sincronismo entre usuarios. Diremos en este caso que el sistema es *cuasisíncrono* y hablaremos de un sistema cuasisíncrono CDMA (Qs-CDMA) que presentará un pequeño residuo de interferencia de acceso múltiple MAI, que será tanto más cercana a cero cuanto más preciso sea el sincronismo.

Un posible conjunto de secuencias utilizado por los sistemas Qs-CDMA son las secuencias de Walsh-Hadamard, generadas a partir de las filas de la matriz ortogonal de Walsh-Hadamard. Estas secuencias son de longitud 2^k ($k = 1, 2, 3, 4...$), y se obtienen recursivamente tal como sigue:

$$H(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H(2^2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H(2^k) = \begin{bmatrix} H(2^{k-1}) & H(2^{k-1}) \\ H(2^{k-1}) & -H(2^{k-1}) \end{bmatrix}$$

Nota

Es importante observar que, cuando se utilizan las secuencias de Walsh-Hadamard como secuencias moduladoras, no podemos decir que el Qs-CDMA sea una técnica de comunicaciones de espectro ensanchado con todas las propiedades que éste comporta por el hecho de que el grado de ensanchamiento espectral no es el mismo para todos los usuarios. Tomando como ejemplo las cuatro secuencias de la figura 29 y comparando la secuencia $c_1 = \{1,1,1,1\}$ con la secuencia $c_2 = \{1,-1,1,-1\}$, se puede ver que, mientras que el usuario que utiliza la secuencia $p_2(t)$ (con máximo número de transiciones) verá ensanchado su

espectro en un factor de 4, el usuario que utiliza la secuencia $p_1(t)$ (secuencia todo unos) verá que la señal transmitida coincide con la señal de información y, por lo tanto, su espectro no se verá ensanchado (ni siquiera modificado). En consecuencia, podemos decir que en caso de que hubiera una interferencia externa, el grado de protección de los diferentes usuarios no sería el mismo. El usuario 2 sería el más protegido, mientras que el usuario 1 no tendría capacidad de protegerse frente a la interferencia.

A pesar de que la técnica Qs-CDMA puede parecer muy interesante como técnica de acceso múltiple, puesto que permite reducir al máximo la MAI, hay que tener en cuenta que el coste de garantizar el sincronismo entre usuarios no es gratuito y requerirá pilotos y secuencias que se tienen que enviar por la red para conseguir sincronizar los códigos de todos los usuarios. Este sincronismo comportará una pérdida de eficiencia espectral (definida en bits/s/Hz) al utilizar espectro y/o intervalos de tiempos para enviar datos que no corresponden a información útil. Por este motivo, una técnica Qs-CDMA resultará útil cuando la señal se genera físicamente en el mismo lugar, como es el caso del canal de bajada de un sistema de telefonía móvil, que va desde la estación base hacia los usuarios. En este caso la señal destinada a cada uno de los usuarios parte físicamente del mismo sitio (estación base) y, por lo tanto, resultará factible garantizar el sincronismo entre los mismos. En el caso del canal de subida, desde los usuarios hacia la estación base, la señal procedente de cada uno de los usuarios parte físicamente de lugares diferentes y, por lo tanto, habrá que destinar esfuerzos para sincronizar a todos los usuarios. Cuando el sincronismo sea excesivamente costoso de garantizar, habrá que pensar en técnicas que puedan obviar este sincronismo y que se describen en el subapartado siguiente.

6.2. CDMA asíncrono (A-CDMA)

Un sistema CDMA asíncrono no requiere ningún tipo de sincronismo entre las secuencias moduladoras de los diferentes usuarios del sistema. El hecho de relajar el requerimiento de sincronismo entre usuarios implicará que se tengan que utilizar secuencias con buenas propiedades de correlación cruzada. Las secuencias de Gold o de Kasami serán el tipo de secuencias utilizadas por esta técnica de acceso múltiple. Como no hace falta un sincronismo de red, el A-CDMA podría parecer una técnica más eficiente. A pesar de esto, hay que observar que esta técnica, a diferencia del Qs-CDMA, no garantiza la ortogonalidad entre usuarios y, por lo tanto, presenta MAI. Esta interferencia reducirá el número máximo de usuarios que pueden acceder al sistema, lo que comportará una pérdida en la eficiencia espectral (definida en bits/s/Hz). Como ya se ha visto, una técnica de espectro ensanchado con códigos de longitud N requiere un ancho de banda N veces superior que sólo se verá compensado en términos de eficiencia espectral si el número de usuarios que acceden simultáneamente al sistema es N. Si el número de usuarios es inferior, se producirá una reducción en la eficiencia espectral, ya que se ocupará una banda superior a la estrictamente necesaria.

Sobre las secuencias de Gold o de Kasami, ved el subapartado 3.5, "Correlación cruzada entre secuencias PN".

Lectura complementaria

R. Gold (1967, octubre). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pág. 619-621).

T. Kasami (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory*. Universitat d'Illionois, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574).

Nos preguntaremos, pues, cuál es el número máximo de usuarios que pueden utilizar un sistema A-CDMA. Para responder a esta pregunta, asumamos, en una primera aproximación, que todos los usuarios se reciben con la misma potencia (más adelante haremos una breve reflexión sobre qué pasa cuando las señales se reciben con potencias diferentes). Si suponemos que trabajamos en un sistema con M + 1 usuarios que se reciben con la misma potencia, al intentar descodificar a uno de los usuarios, tendremos que el resto (M usuarios) actúan como interferencias. Si consideramos que el número de usuarios M es elevado, podremos considerar que estamos ante un problema dominado por interferencias y, por lo tanto, podremos despreciar el efecto del ruido aditivo.

En este caso, podemos establecer que la relación entre la potencia recibida para la señal deseada y la interferencia (debida al resto de *M* usuarios) vendrá dada por:

$$\frac{P_S}{P_N} = \frac{P_S}{M \cdot P_S} = \frac{1}{M}$$

expresión que podremos utilizar con los resultados del margen de interferencias derivados al apartado anterior para diseñar el sistema, calculando el máximo número de usuarios que puede soportar.

Ejemplo

Suponed que en un determinado sistema CDMA se requiere una probabilidad de error de 10^{-6}, que se corresponde con una E_b / η_{0J} de 13 dB. Determinad el máximo número de usuarios con los que podemos trabajar teniendo en cuenta que la relación de ensanchamiento es de 1.000 y que la ganancia de codificación es de 6 dB.

Solución

Debemos calcular el nivel máximo de interferencia que podemos admitir, teniendo en cuenta el número de usuarios:

$$\left(\frac{P_I}{P_S}\right) = M$$

El margen de interferencias que tenemos en el sistema es:

$$\left(\frac{W}{R}\right)_{dB} + (G_C)_{dB} - \left(\frac{E_b}{\eta_{OJ}}\right)_{dB} = 30 + 6 - 13 = 23 \text{ dB}$$

Por lo que:

$$M = 10^{2,3} = 199,5$$

El número máximo de usuarios es pues de 199.

La hipótesis que supone que todos los usuarios se reciben con la misma potencia es muy restrictiva. En la práctica, las distancias entre transmisor y receptor a las que se encuentran los diferentes usuarios pueden ser muy diferentes y, por lo tanto, teniendo en cuenta que la atenuación por propagación es creciente con la distancia, se pueden recibir señales con potencias muy dispares. Pensemos, por ejemplo, en una situación límite en un sistema de telefonía móvil con M + 1 usuarios en la que un usuario está junto a la estación base

mientras que el resto de usuarios se hallan todos muy alejados de la misma. Asumamos, en el mismo ejemplo, que la potencia del usuario más potente es K veces superior a la del resto de usuarios. Es evidente que el usuario más potente se podrá descodificar sin ningún problema. Por el contrario, si queremos descodificar a uno de los usuarios débiles, podría llegar a ser casi imposible si K es muy grande. La potencia de la señal interferente, mayoritariamente provocada por el usuario más potente, será K veces superior a la potencia de la señal de interés. A pesar de aplicar la ganancia de procesamiento, que reduce en un factor L_c el nivel de la interferencia, ésta puede seguir siendo más grande que la potencia de la señal de interés (basta con que imaginemos un valor de K lo suficientemente grande) y, por lo tanto, resultará muy difícil conseguir descodificar correctamente al usuario débil. Este fenómeno de desbalanceo de potencias entre usuarios en un sistema CDMA se conoce con el nombre de *efecto near-far*, originario de la terminología inglesa, que hace referencia al hecho de que unos usuarios pueden estar más cerca que otros del receptor, provocando, en consecuencia, señales con diferentes niveles de potencia.

El efecto *near-far*, como acabamos de argumentar, será un problema grave en sistemas CDMA, puesto que puede provocar que los usuarios débiles queden bloqueados (imposibles de descodificar) por los más fuertes. Para evitar este fenómeno, en algunas aplicaciones (como es el caso de la telefonía móvil) la estación base realiza un control de potencia sobre los diferentes usuarios con el fin de combatir el efecto *near-far*. El objetivo es garantizar potencias similares en recepción para todos los usuarios. Este control de potencia monitoriza la potencia con la que se recibe a cada uno de los usuarios, y se indica a cada uno de ellos, mediante un canal de retorno, si tienen que aumentar o reducir la potencia transmitida con objeto de igualar las potencias recibidas para todos los usuarios. Hay que observar que, en los sistemas que implementan un control de potencia, se puede suponer que las señales de los diversos usuarios se reciben con igual potencia y, por lo tanto, el supuesto con el que se ha resuelto el ejemplo anterior es bastante realista.

6.3. Ventajas e inconvenientes del CDMA

A modo de resumen, y como conclusión de este apartado, enunciamos a continuación las principales ventajas e inconvenientes de esta técnica de acceso múltiple en relación con otras más clásicas, como el TDMA y/o el FDMA.

Ventajas

- A pesar de que históricamente no ha sido una tecnología demasiado utilizada, en la actualidad ya podemos hablar de tecnología madura: hay algunos sistemas de telefonía móvil y de comunicaciones por satélite que operan con esta técnica.

- Permite rehusar interferencias de banda estrecha. Por lo tanto, resulta útil en entornos con mucha interferencia (por ejemplo, entornos industriales).

- Presenta una baja probabilidad de que la señal sea interceptada.

- Permite reutilizar frecuencias.

- Como se trata de un sistema de espectro ensanchado, si el sistema no trabaja a plena carga (es decir, si trabaja con un número de usuarios menor al máximo permitido), un sistema CDMA puede no degradar otros sistemas ya existentes (TDMA, FDMA) y, por lo tanto, puede coexistir con ellos.

- Puede aplicarse a comunicaciones analógicas o digitales.

- La técnica A-CDMA, como es una técnica asíncrona en tiempo, no requiere una sincronización temporal entre usuarios.

- Con la técnica Qs-CDMA, diseñando adecuadamente los algoritmos de sincronización, conseguimos ortogonalidad entre usuarios; por lo tanto, es una técnica libre de MAI.

- Permite una elevada flexibilidad a la hora de cambiar los códigos asignados a cada usuario y la cantidad de recursos asignados (a cada usuario se le puede asignar uno, dos o más códigos, con lo que se consigue adaptar la velocidad de transmisión de cada usuario en relación con sus necesidades).

- Permite una elevada flexibilidad a la hora de decidir a qué usuario descodificar. Basta con que el receptor seleccione el código del usuario que quiere desmodular para conmutar entre usuarios.

Inconvenientes

- Con la técnica Qs-CDMA hace falta una sincronización de la red para tener sincronizados todos los códigos.

- Con la técnica A-CDMA el sincronismo de la red no es necesario, pero el precio a pagar es que los códigos no son perfectamente ortogonales y, por lo tanto, aparece MAI en forma de interferencia entre usuarios, lo que reduce el número máximo de usuarios que pueden acceder al sistema.

- En ambas técnicas de acceso múltiple, A-CDMA y Qs-CDMA (especialmente en A-CDMA), se necesita un control de potencia en los transmisores para evitar el efecto cerca-lejos (efecto *near-far*).

Conclusiones

Los sistemas de comunicación de espectro ensanchado se caracterizan por el hecho de que la comunicación se realiza utilizando un ancho de banda muy superior (órdenes de magnitud) al mínimo necesario para los requisitos de velocidad de transmisión. Ello implica una considerable reducción de la eficiencia espectral (bits por segundo por hercio). En las aplicaciones militares, que dieron origen a este tipo de sistemas, la pérdida de eficiencia espectral estaba suficientemente justificada si se lograba el objetivo de ocultar las comunicaciones al enemigo. En aplicaciones civiles, sin embargo, esta pérdida de eficiencia espectral exige mayores beneficios si se quiere implementar en aplicaciones comerciales, teniendo en cuenta la limitación que existe del espacio radioeléctrico utilizado para comunicaciones. Las principales características que justifican su uso son la robustez frente a las interferencias, la capacidad de coexistir con otros sistemas de comunicación y la capacidad de encriptación de la información. En un sistema de comunicaciones que no tiene que explotar ninguna de estas ventajas, las técnicas de espectro ensanchado siguen manteniendo el interés si la pérdida de eficiencia espectral producida por el incremento del ancho de banda (inherente a los sistemas de espectro ensanchado) se compensa con un incremento en el número de usuarios que transmiten simultáneamente. Este reuso del sistema de comunicaciones por parte de múltiples usuarios da lugar a la llamada *técnica de acceso múltiple por división de código* (CDMA).

En resumen, las técnicas de espectro ensanchado las podemos encontrar en aplicaciones comerciales para un único usuario (cuando la comunicación requiera robustez frente a interferencias, cuando tenga que coexistir con otros sistemas y/o cuando requiera una encriptación de los datos) o en sistemas multiusuario. Encontramos ejemplos del primer caso en sistemas de comunicación inalámbricos, como Wi-Fi o Bluetooth. Son ejemplos del segundo caso los sistemas de telefonía móvil de tercera generación.

En este módulo, hemos visto que existen dos técnicas de espectro ensanchado muy diferentes, pero que logran objetivos similares: la técnica de espectro ensanchado por secuencia directa (DS) y la técnica de espectro ensanchado por saltos del frecuencia (FH). En la primera parte del módulo, se han presentado brevemente ambas técnicas y se ha previsto la manera de conseguir las características de un sistema de espectro ensanchado. La segunda parte del módulo se ha centrado en la técnica de espectro ensanchado por secuencia directa analizando la robustez frente a las interferencias así como el diseño de las secuencias utilizadas, el diseño del receptor (incluyendo los algoritmos de sincronismo necesarios) y el cálculo de la probabilidad de error en presencia de interferencias. La última parte del módulo ha presentado las técnicas de espectro ensanchado utilizadas como técnica de acceso múltiple.

Actividades

1. Determinad el espectro de un tren de pulsos binario aleatorio.

2. Representad la estructura SSRG de un generador de máxima longitud con 32 registros de desplazamiento. Utilizad los valores de la tabla 1 del apartado 3.

3. Determinad la secuencia que se obtiene en la salida del siguiente generador de secuencias. Indicad si se trata de un generador de máxima longitud.

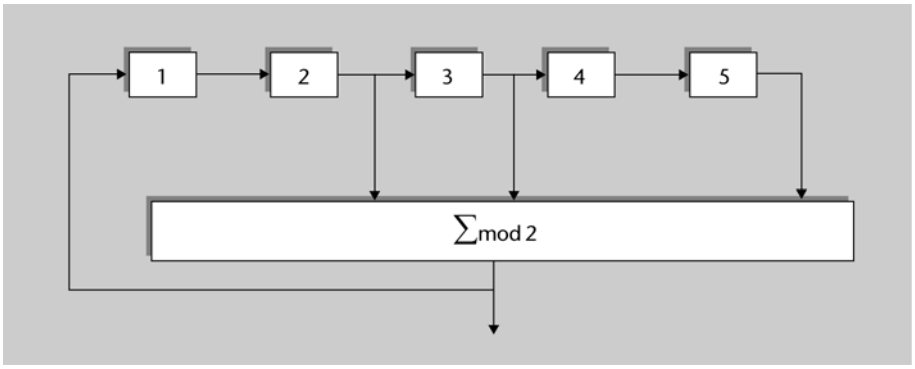


Figura 30. Estructura SSRG de 5 etapas.

4. Considerad las dos estructuras SSRG para generar secuencias pseudoaleatorias de la figura 31.

a) Determinad la secuencia generada por la primera estructura SSRG.

b) Determinad la secuencia generada por la segunda estructura SSRG.

c) Explicad si se trata de secuencias de máxima longitud.

d) Determinad la autocorrelación de la primera secuencia cuando se produce un desfase de tres muestras.

e) Determinad la correlación cruzada entre la secuencia obtenida en a) y la obtenida en b).

f) Calculad la correlación cruzada cuando desplaza circularmente la secuencia obtenida en b) cuatro muestras hacia la derecha.

g) Si se utiliza una suma en módulo 2 para combinar las dos secuencias en una secuencia de Gold, determinad la secuencia de Gold obtenida a partir de las secuencias obtenidas en los puntos a) y b).

h) Repetid lo que propone el apartado f), pero ahora desplazando la secuencia obtenida en el punto a) cinco muestras a la derecha de forma circular. ¿Cuál es la secuencia de Gold que se obtiene? ¿Es la misma que la obtenida en g)? ¿Cuál es la correlación cruzada entre ambas secuencias?

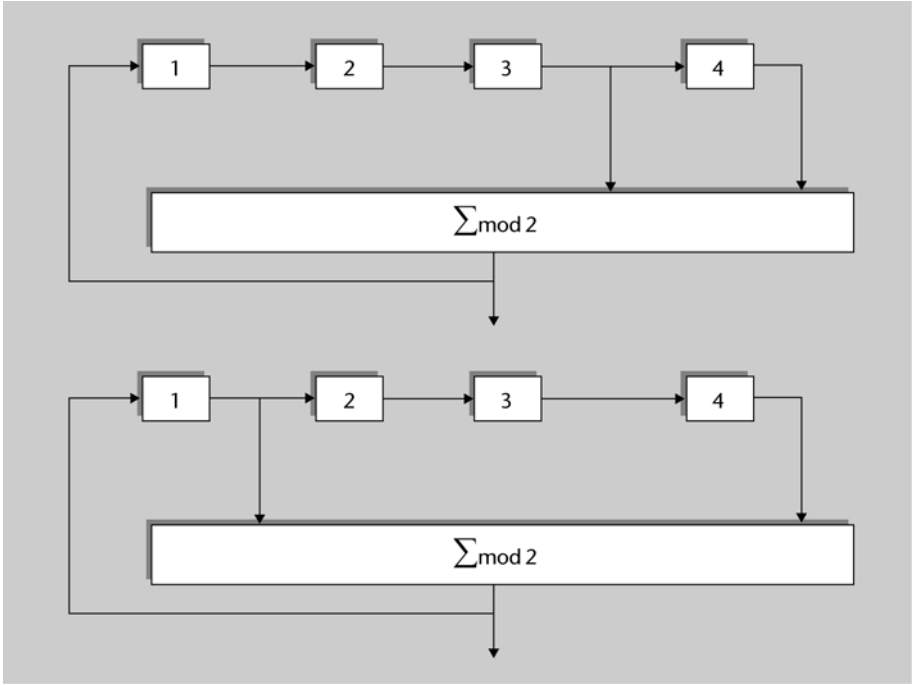


Figura 31. Estructuras SSRG para la generación de secuencias pseudoaleatorias.

5. Supongamos que tenemos un sistema DS en el que deseamos obtener una relación E_b / η_{OJ} de 15 dB con el objeto de mantener la probabilidad de error en unos márgenes aceptables. El sistema trabaja con una relación de ensanchamiento de 256. Determinad en cuántos decibelios puede superar la interferencia a la potencia de la señal deseada.

6. En un sistema de comunicación por DS se requiere que la relación E_b / η_{OJ} sea de 10 dB con el fin de mantener la probabilidad de error en unos límites aceptables. La secuencia de datos se codifica mediante códigos de protección de error de Hamming utilizando bloques de datos de 11 bits. Sabemos que las señales interferentes frente a las que deberemos trabajar pueden tener una potencia de 15 dB superior a la de la señal deseada. Determinad la relación de ensanchamiento que deberá tener el sistema DS.

7. En un sistema de comunicación utilizamos un código convolucional con una tasa de código de 1/2 y una distancia libre de 10 para codificar una secuencia de información que tiene una tasa de 1.000 bps. La modulación utilizada es PSK con espectro ensanchado, utilizando una frecuencia de chip de 10 MHz.

a) Determinad la ganancia de codificación del código convolucional.

b) Determinad la ganancia de procesado.

c) Determinad el margen de interferencias suponiendo que el valor de E_b / η_{OJ} es de 10 dB.

8. Un total de treinta usuarios comparten un sistema CDMA con control de potencia. Los usuarios transmiten información a una tasa de 10 kbps mediante un sistema de modulación por DS. Determinad cuál debería ser la tasa de chip para que la probabilidad de error fuera de 10^{-6} (E_b / η_{OJ} = 13 dB).

9. Supongamos un sistema de CDMA basado en modulación por secuencia directa con una ganancia de procesado de 1.000 y que utiliza modulación PSK. Determinad el número de usuarios suponiendo que cada uno de ellos se recibe con la misma potencia y que deseamos obtener una probabilidad de error de 10^{-6} (E_b / η_{OJ} = 13 dB). Repetid los cálculos si la ganancia de procesado se reduce a la mitad.

10. Un sistema CDMA está formado por quince usuarios con la misma potencia que transmiten una información de 10.000 bps utilizando una señal DS que opera a una frecuencia de 1 MHz. La modulación utilizada es PSK.

a) Determinad la relación E_b / η_{OJ} donde η_{OJ} es la densidad espectral de potencia de la interferencia combinada.

b) ¿Cuál es la ganancia de procesado?

11. Un sistema FH utiliza un registro de desplazamiento de quince unidades que genera una secuencia de máxima longitud. Cada estado del registro se corresponde con una frecuencia portadora, que no se solapa con el resto. La tasa de bit es de 100 bps y se produce un salto de frecuencia por cada bit.

a) Calculad la ganancia de procesado del sistema.

b) ¿Cuál es el ancho de banda del sistema?

Bibliografía

Bibliografía básica

Proakis, J. G.; Salehi, M. (2002). *Communication Systems Engineering* (2.ª ed.). Prentice Hall.

Benedetto, S.; Biglieri, E. (1999). *Principles of Digital Transmission*. Kluwer Academic Press; Plenum Publishers.

Proakis, J. G. (2003). *Digital Communications* (4.ª ed.). McGraw-Hill.

Bibliografía complementaria

Carlson, A. B. (2001). *Communication Systems: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication* (4.ª ed.). McGraw Hill.

Gibson, Jerry D. et al. (1998). *Digital Compression for Multimedia: Principles & Standards*. Morgan Kauffman.

Golomb, S. W. (1967). *Shift Register Sequences*. San Francisco: Holden Day.

Tarrés, F. (2001). *Sistemas audiovisuales I: televisión analógica y digital*. Ediciones UPC.

Artículos de interés

Gold, R. (oct., 1967). "Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing". *IEEE Trans. Inform. Theory* (vol. IT-13, núm. 5, pág. 619-621).

Kasami, T. (1966). "Weight distribution formula for some class of cyclic codes". *Coordinated Science Laboratory*. Universidad de Illionos, Urbana: Tech. Rep. R-285 (AD632574).

Pickholtz, R. L. et al. (1982, mayo). *Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial*. IEEE Trans. on Communications (vol. COM-30).

Rappaport, S. S. et al. (1984, junio). *Spread-Spectrum signal acquisition: Methods and Technology*. IEEE Com. Mag (vol. 22, núm. 6).